

INTRODUCTION

Qu'est-ce qu'enseigner les mathématiques à l'école primaire à l'ère du numérique ? S'agit-il d'apprendre aux élèves à chercher ou de leur faire apprendre des mécanismes ? Les mathématiques ne sont-elles qu'un jeu ou au contraire un outil de sélection des élèves ? Pourquoi de nombreux adultes détestent-ils les mathématiques à tel point qu'un film a pu traiter de ce sujet sous le titre *Comment j'ai détesté les maths* ? Pourquoi la France excelle-t-elle au plan mondial dans cette discipline (elle est au second rang pour les médaillés Fields, juste derrière les États-Unis¹) et les résultats des élèves sont-ils tout juste moyens aux évaluations Pisa² ? Autant de questions qui font de l'enseignement des mathématiques un sujet bien particulier au sein de l'ensemble des disciplines scolaires. Peu de disciplines ne suscitent, nous semble-t-il, autant de passions et de controverses.

LE NUMÉRIQUE OMNIPRÉSENT

S'interroger sur l'enseignement des mathématiques à l'ère du numérique, c'est questionner à la fois l'enseignement des mathématiques et « l'ère du numérique ». L'ouvrage prend le parti que le numérique n'est pas un sujet de plus sur une liste déjà longue que les enseignants et cadres de l'école auraient à traiter ; le numérique est une question englobante.

Autrefois, il y avait un temps et un lieu pour apprendre. On apprenait à l'école, pendant le temps scolaire et pour la vie. On sait bien maintenant qu'il faut apprendre durant toute sa vie : le concept de *longlife learning* est devenu commun.

Les temps et les lieux pour apprendre sont à repenser. À l'école primaire, l'école des années 2015 comporte de fortes ressemblances avec l'école de Jules Ferry, mais aussi des différences importantes. Certes, l'école est toujours composée de salles de classe juxtaposées dans lesquelles sont regroupés le temps d'une année scolaire des enfants de même âge avec un maître. La principale variation porte certainement sur l'unicité du maître qui est de moins en moins la règle. La multiplicité des temps partiels fait qu'un élève n'est plus « face » à un seul maître, mais qu'il peut en avoir deux ou bien davantage au cours de l'année. La disposition de la classe, elle, a peu évolué. Pendant quelques années, des tentatives pour rompre les tables alignées ont conduit à des tables regroupées en grappes, ce qui n'a pas toujours eu des conséquences positives pour un travail calme. Le tableau reste un outil très structurant pour le rapport entre le maître et ses élèves. C'est généralement autour de ce tableau que l'on se réunit, c'est aussi le tableau qui mobilise l'attention pour une leçon ou pour un temps de correction d'activités réalisées individuellement ou en groupes. Le tableau devenu interactif n'a d'ailleurs fait que renforcer cette dimension d'enseignement collectif.

1 13 lauréats pour les États-Unis ; 12 pour la France : Artur Avila (2014) ; Ngô Bảo Châu, Cédric Villani (2010) ; Wendelin Werner (2006) ; Laurent Lafforgue (2002) ; Pierre-Louis Lions, Jean-Christophe Yoccoz (1994) ; Alain Connes (1982) ; Alexandre Grothendieck (1966) ; René Thom (1958) ; Jean-Pierre Serre (1954) ; Laurent Schwartz (1950).

2 Programme for International Student Assessment (Programme international de suivi des acquis des élèves).

Ce qui a changé plus fondamentalement, c'est la durée du temps scolaire, passant en trente ans de 30 heures hebdomadaires à 24. Le temps postscolaire a aussi été modifié. De nombreux élèves sont pris par des activités éducatives, alors que d'autres, « les orphelins de 16 heures » pour reprendre l'expression de l'ancien ministre Xavier Darcos, sont livrés à eux-mêmes. Malgré toutes les réunions qui ont eu lieu dans le cadre de la réforme des rythmes scolaires, il reste à approfondir la question de la manière d'apprendre. Il faut évoquer notamment la question des fameux « devoirs à la maison » : peut-on encore se référer à une circulaire ministérielle vieille de 60 ans pour justifier leur interdiction ? Celle-ci critiquait « l'excès du travail écrit généralement exigé des élèves » et transférait ce travail demandé en dehors de la classe à un travail en classe. Il distinguait soigneusement le « devoir » de « l'exercice » : « Le "devoir" se distingue de "l'exercice" en ce que, tandis que celui-ci permet de s'assurer sur-le-champ si une leçon a été comprise, celui-là permet, en outre, de mesurer l'acquis de l'élève et de contrôler ses qualités de réflexion, d'imagination et de jugement³. » À l'ère du numérique, il convient de ménager des temps pour que l'élève puisse mettre en mémoire les éléments essentiels ; ces moments doivent prioritairement se situer dans le temps scolaire, mais il est également nécessaire d'y avoir recours en dehors du temps scolaire. Le numérique peut jouer un rôle fort dans ce temps cognitif : l'accès par les parents d'élèves à un espace numérique de la classe, lorsqu'ils s'en emparent, permet de mieux apprécier le travail réalisé et de faire rappeler, même un court instant, l'essentiel.

Ce qui a changé encore davantage entre cette école ante-numérique et l'école à l'ère du numérique, ce sont les conditions d'accès aux connaissances. Dans l'école ante-numérique, les connaissances étaient bien délimitées : il fallait enseigner « ce qu'il n'est pas permis d'ignorer » et cet ensemble de connaissances pouvait être déterminé avec un certain consensus social. Ce n'est plus possible aujourd'hui ; d'abord, parce que le volume des connaissances a crû de manière exponentielle ; ensuite, parce que la société et même les « spécialistes » ont du mal à hiérarchiser, à définir l'essentiel. On semble toutefois s'accorder sur le besoin d'une formation transdisciplinaire, une éducation critique aux médias qui nous transmettent toutes sortes d'informations. Le savoir ne se trouve pas que dans les livres imprimés. Il n'est pas déposé dans des bibliothèques. Le savoir est devenu flux et il faut savoir l'arrêter pour le comprendre, s'en saisir. La formation aux méthodes pour apprendre revient au premier plan. Elle constitue un des piliers du nouveau Socle commun de connaissances, de compétences et de culture.

Pour un enseignement et des apprentissages scolaires efficaces, un élément clé réside dans une réflexion pédagogique sur les notions d'automatismes, de mémoire et de compréhension des concepts. Que faut-il conserver des techniques de calcul d'hier dans un monde où les machines, en permanence dans notre poche, peuvent faire plus vite et mieux ? Faut-il mettre en mémoire les tables d'addition, de multiplication, la règle de trois, tout ce sur quoi s'est construit le « apprendre à compter » ? Quels problèmes faut-il apprendre à résoudre ? Quels concepts mathématiques faut-il commencer à construire à l'école primaire et comment s'y prendre ? Telles sont les questions pédagogiques et didactiques que l'ère du numérique conduit à se poser.

Un des objectifs de cet ouvrage est de susciter des débats dans les écoles, les circonscriptions, les Écoles supérieures du professorat et de l'éducation. Pour améliorer l'enseignement des mathématiques, il faut davantage de formation initiale et continue. Même si des efforts ont été accomplis ces dix dernières années, l'enseignement des mathématiques souffre

3 [En ligne] Disponible sur le site de Daniel Calin, Psychologie, éducation & enseignement spécialisé, rubrique « Textes officiels », puis « Les aides périscolaires aux élèves en difficulté », consulté le 23 septembre 2015.

d'un manque de formation. Les enseignants n'en ressentiraient pas un besoin impératif, contrairement à d'autres disciplines. Selon une enquête de la Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance (DEPP), les mathématiques viennent en dernière position pour les « proportions de professeurs des écoles éprouvant des difficultés dans les diverses disciplines qu'ils enseignent. Informatique : de 20 % à 50 % (selon l'âge) ; langues vivantes étrangères : de 22 à 42 % ; histoire-géographie : de 5 à 20 % ; sciences et technologie : de 10 à 12 % ; français : de 3 à 7 % ; maths : de 1 à 2 %⁴ ». Une raison réside dans la quasi-généralisation des fichiers : on « fait une double-page » chaque jour, c'est sécurisant pour l'enseignant, mais est-ce faire des mathématiques vraiment ? En tout cas, l'activité mathématique ne saurait se réduire à un travail individuel sur fiche, celui-ci étant suivi de sa correction par l'enseignant à un autre moment. Le fichier traditionnel induit souvent une forme de pratique pédagogique où l'interaction avec l'enseignant et avec les autres élèves est trop limitée. Il faut donc réfléchir soigneusement aux conditions d'usage de cet outil, en garder ses qualités (notamment la progression) et éviter les défauts évoqués ici.

DES PROGRAMMES EN ÉVOLUTION TRÈS RAPIDE DEPUIS UN DEMI-SIÈCLE

La complexité et la rapidité des évolutions techniques conduisent à penser que la réflexion sur les contenus d'enseignement et les démarches sera désormais permanente.

Les programmes mis en œuvre à partir de 2016 seront les huitièmes⁵ depuis 1970, sans compter les modifications introduites en 1991 avec la mise en œuvre des cycles à l'école primaire⁶, l'arrêté du 21 novembre 2011 publié au BO du 5 janvier 2012⁷ qui fournit des grilles de progression pour l'ensemble des disciplines (sauf le français et les mathématiques, puisque celles-ci étaient incluses dans l'arrêté de 2008) et les allègements aux programmes de 2008 introduits par la circulaire ministérielle du 18 juin 2014⁸. Avec une durée de vie moyenne de moins de cinq ans, la notion de programme prend un autre sens ; ce n'est plus une liste de notions à enseigner accompagnée de recommandations pédagogiques. Il s'agit désormais d'un énoncé de compétences et connaissances, précisant le Socle commun sous l'éclairage des apports scientifiques les plus récents. La démarche d'élaboration mise en œuvre en 2014-2015 sous l'égide du Conseil supérieur des programmes avec des groupes de travail associant enseignants chercheurs, enseignants du primaire et du secondaire et inspecteurs, devrait permettre de proposer des textes sur lesquels les enseignants pourront réfléchir et construire leurs propres progressions.

Cet ouvrage essaie de discerner les évolutions qui sont à opérer autour d'un noyau de notions assez stable à l'école primaire : le nombre, les quatre opérations, la proportionnalité, les mesures, un peu de géométrie... et bien sûr, savoir résoudre des problèmes. Comme à chaque changement de programmes, il s'agit de discerner les ruptures et les continuités par rapport aux précédents. Dans l'histoire de l'école primaire telle qu'elle s'est construite depuis Jules Ferry, on peut globalement distinguer trois temps. Le premier, où l'école primaire

4 « Les enseignants des écoles publiques et la formation », Note d'information 06-17, Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance, 2006, [en ligne] disponible sur le site Education.gouv.fr, consulté le 29 septembre 2015.

5 Dates des programmes : 1970 ; 1977 (CP) - 1978 (CE) ; 1980 (CM) ; 1985 ; 1995 ; 2002 ; 2007 (non mis en œuvre) ; 2008.

6 « Les cycles à l'école primaire (1991) », [en ligne] disponible sur le site Formapex, consulté le 23 septembre 2015.

7 BO n° 1 du 5 janvier 2012, [en ligne] disponible sur le site Education.gouv.fr, taper « BO 5 janvier 2012 » dans le moteur de recherche, consulté le 23 septembre 2015.

8 [En ligne] Disponible sur le site Education.gouv.fr, rubrique « Bulletin officiel », consulté le 23 septembre 2015.

avait sa propre finalité, s'est achevé dans les années 1960 ; le deuxième, où le primaire n'est qu'une partie d'une scolarité obligatoire allongée à 16 ans, a commencé avec les « mathématiques modernes » et s'est poursuivi avec l'émergence de la didactique des mathématiques ; enfin, celui que nous vivons est quant à lui le fruit d'un changement de société avec l'irruption du numérique. Même si l'informatique a plus de soixante-dix ans – les pères de cette science sont nés au début du XX^e siècle, qu'il s'agisse de Von Neumann (1903-1957), de Turing (1912-1954), de Shannon (1916-2001), père de la théorie de l'information –, Internet, plus de quarante ans et le Web un quart de siècle, la pénétration dans la société ne remonte qu'à une dizaine d'années avec les réseaux sociaux et les Smartphones.

Les programmes de 2008 apparaissent comme les premiers d'une nouvelle génération, ne tirant qu'imparfaitement quelques conséquences de ces bouleversements, mais réhabilitant judicieusement les questions de mémoire. Ils ont revalorisé le lien entre mémoire et compréhension des concepts, tout en rappelant que la liberté pédagogique des maîtres est inscrite dans le Code de l'éducation (art. L. 912-1-1) : « La liberté pédagogique de l'enseignant s'exerce dans le respect des programmes et des instructions du ministre chargé de l'Éducation nationale et dans le cadre du projet d'école ou d'établissement avec le conseil et sous le contrôle des membres des corps d'inspection. » Ils invitaient les maîtres à se saisir de cette « liberté nouvelle » pour faire réussir tous les élèves. Ils soulignaient l'importance « d'un apprentissage structuré des automatismes et des savoir-faire instrumentaux », accompagné simultanément par « des situations d'exploration, de découverte ou de réflexion sur des problèmes à résoudre ».

La solidité des apprentissages réside dans ce subtil équilibre entre ces deux pôles que sont l'automatisation de certaines tâches et la nécessaire compréhension des notions figurant au programme. Depuis au moins une trentaine d'années, les chercheurs en didactique ou en psychologie, de plus en plus nombreux, mettent en avant des réflexions sur la nécessité de valoriser la mémoire et les automatismes, même si le message n'est pas populaire. Fischer écrivait ainsi en 1987 : « L'automatisme du calcul n'est pas actuellement un objectif très populaire dans l'enseignement élémentaire » ; on n'a guère changé depuis de point de vue. Il aura fallu plus de vingt ans pour voir remis à une meilleure place dans les programmes ce rapport essentiel entre les automatismes et la compréhension. Les programmes de 2008 ont eu ce mérite de relancer cette réflexion et ont indéniablement donné une nouvelle impulsion aux activités destinées à exercer la mémoire. Il faut poursuivre dans cette voie – et cet ouvrage souhaite y contribuer – en visant à comprendre l'articulation entre le calcul mental et le calcul posé.

QUELLES NOUVELLES COMPÉTENCES ?

Savoir mémoriser

Ce n'est pas parce que les hommes peuvent désormais stocker des quantités d'informations gigantesques sur des machines – dont on ne sait d'ailleurs plus où elles sont situées géographiquement – qu'ils pourraient se dispenser de stocker dans leur propre mémoire. On dit souvent – et c'est assez juste – que Google ne sert pas à « trouver » une information, mais à la « retrouver ». On ne cherche en effet qu'en territoire (relativement) connu. Effectuer une recherche en mathématiques, résoudre un problème, c'est comprendre une situation, agencer les données, rechercher dans sa propre mémoire si cette situation (ou une situation équivalente) n'a pas déjà été rencontrée, choisir une procédure de traitement adaptée et l'appliquer, vérifier. Il est donc essentiel, dès le plus jeune âge, de faire mémoriser des éléments indispensables à la compréhension du monde : les nombres qui ont toujours une importance dans les relations entre les hommes, les opérations d'addition, de soustraction,

de multiplication et de division, ainsi que les représentations et les premiers raisonnements mathématiques comme la proportionnalité.

Une des composantes essentielles de tout apprentissage est de mémoriser. Pour André Giordan⁹, « mémoriser » fait partie du triptyque – avec « comprendre » et « mobiliser le savoir » – de son modèle d'apprentissage dit « allostérique ». Le Socle commun demande de travailler la mémorisation : « l'élève sait traiter les informations collectées, les organiser, les mémoriser sous des formats appropriés et les mettre en forme et les traiter ». L'enseignement doit donc être précis avec « ce qui doit être mémorisé » ; chaque séance de cours devrait se terminer par un récapitulatif clair, noté par les élèves sans erreur. De nombreuses observations montrent que le temps consacré en classe à la synthèse de ce qui doit être retenu est trop faible ; c'est particulièrement le cas en mathématiques, où les temps de recherche ne laissent quelquefois aucun temps à synthétiser ce qu'il faut retenir. La mémorisation doit être non seulement préparée en classe, mais également réalisée en classe. Il faut dégager des temps de concentration où l'élève peut s'exercer à retenir. Le travail de mémorisation n'est pas très simple ; il dépend souvent de la motivation. Bien évidemment, on retient mieux ce qui intéresse. Il dépend aussi de la fréquentation. On retient mieux si l'on fait appel *souvent* à une connaissance. Pour aider à la mémorisation, il est possible de recourir à des procédés d'association et à divers moyens mnémotechniques. Mais ceux-ci sont souvent personnels et donc difficiles à généraliser.

Toutefois, travailler sur ces moyens pour retenir est en soi une technique de mémorisation. Par exemple, organiser la table de multiplication dans sa totalité, faire distinguer les quatre carrés qui la composent, pointer les difficultés principales dans le cadre inférieur droit, repérer que les nombres sur la diagonale sont les carrés (aisés à retenir) sont autant de moyens de fixation. Certains élèves vont fixer cette image globale de la table. D'autres se souviendront peut-être de la démarche d'étude... Claire Boniface, IEN, a répertorié dans un article des *Cahiers pédagogiques*¹⁰ diverses actions permettant de travailler la mémorisation :

« Lire plusieurs fois ; répéter à haute voix ; répéter à voix basse ; répéter “dans sa tête” ; s'enregistrer, puis écouter ; faire dire par quelqu'un d'autre, puis répéter ; “photographier”, puis fermer les yeux en “revoyant” ce qui est à apprendre ; épeler ; recopier ; effacer au fur et à mesure ; repérer les mots clés ; noter les mots essentiels ; surligner l'essentiel ; colorier ce que l'on a du mal à retenir ; retrouver le plan de la leçon ; résumer ; décrire à haute voix le schéma à retenir ; répondre à des questions ; prévoir des questions ; réciter ou restituer à quelqu'un ; pour des apprentissages type tables de multiplication, préparer des petits papiers qu'on tire (6 x 7) avec le résultat derrière pour vérifier si on ne sait pas encore, on peut continuer à apprendre en consultant le résultat ; se souvenir de la leçon en classe (ce qu'a dit le maître, ce qu'ont dit les élèves) ; se souvenir de ce que je dois retenir qui a été formulé en classe ; se souvenir de la façon dont le maître verra si j'ai retenu ma leçon ; se rappeler à quoi sert de savoir cette leçon. »

À l'ère du numérique, ces propositions restent totalement pertinentes. Certaines d'entre elles peuvent d'ailleurs s'effectuer à l'aide de l'ordinateur ou d'une tablette, comme s'enregistrer, recopier. On ne sait d'ailleurs pas si l'acte d'écrire à la main est plus important pour

9 Giordan A., « Des modèles pour comprendre l'apprendre : de l'empirisme au modèle allostérique », en ligne] disponible sur le site d'André Giordan, www.andregiordan.com, consulté le 2 octobre 2015.

10 Boniface C., « Comment développer les capacités de mémorisation des élèves? », Dossier « Aider à mémoriser », *Cahiers pédagogiques*, n° 474, [en ligne] disponible sur le site Cahiers-pedagogiques.com, consulté le 23 septembre 2015.

la mémorisation que le fait d'écrire à l'ordinateur ; les études sont peu nombreuses et celles qui existent sont prudentes. Marieke Longcamp, enseignante-chercheuse à l'université d'Aix-Marseille, constate ainsi : « Nos observations auprès d'enfants de 4 à 5 ans ont montré que la région du cerveau qui pilote l'écriture à la main est aussi activée quand on lit. Mais, pour l'instant, nous ne savons pas ce qu'il advient quand on écrit au clavier, et donc avec deux mains¹¹. »

Des chercheurs en neurosciences autour de Stanislas Dehaene relèvent « plusieurs facteurs qui modulent la vitesse de l'apprentissage et la durée de la mémoire¹² » : l'engagement actif de l'élève, l'attention et le plaisir. Ces trois assertions correspondent pleinement à nos propres observations, en précisant que les modes d'apprentissage et les stimulations dépendent beaucoup de chaque enfant et de son environnement. La relation entre l'école et les parents et le partage d'objectifs communs installant une vision commune des attentes sont déterminants.

Savoir traiter l'information

Avec le numérique, les aspects de traitement de l'information prennent une importance plus grande. Il est banal de dire que nous croulons sous l'information. Toutes les métaphores ont été utilisées : le déluge, le tsunami, l'avalanche informationnelle... On a aussi recours au champ médical : on parle d'infobésité, de besoin de curation de l'information... Les élèves doivent donc être confrontés très tôt à des situations où ils devront trier de l'information, déterminer celle qui est utile, l'exploiter pour répondre à la question posée. Les mathématiques sont directement concernées par cette éducation aux médias et à l'information, inscrite dans la loi de refondation de l'école. Enseigner des mathématiques proches de la réalité, des mathématiques « concrètes » au sens de la société numérique, c'est puiser les situations dans les médias ou de manière générale en ligne (par exemple sur Wikipédia). C'est ainsi que les élèves comprendront que ce qu'ils apprennent leur donne un pouvoir sur le monde (*empowerment*). Comme l'écrit Cédric Villani, « un rôle majeur des enseignants sera de leur apprendre à se concentrer, à écouter, à trier les sources avec un œil critique, à acquérir des savoir-faire bien plus que des savoirs...¹³ ».

S'exprimer avec les outils numériques

Enfin, les mathématiques s'écrivent et se parlent. Le livre de Cédric Villani, *Théorème vivant*, est un excellent moyen de s'en convaincre ; on y vit l'élaboration de la démonstration du théorème qui lui vaudra la médaille Fields en interaction avec un collègue et en participant à de nombreux séminaires où il doit expliciter tout ou partie de ses recherches. Il y a une pensée, un dialogue intérieur et le besoin d'expliquer aux autres, de convaincre.

Dès l'école primaire, les élèves doivent être invités à exprimer leur raisonnement à leurs camarades, surtout s'il est pertinent. Trop souvent, ce sont les élèves qui ont commis une erreur qui sont conduits à prendre la parole devant toute la classe. C'est le cas en particulier lors des séances de calcul mental : l'enseignant fait lever les ardoises, il repère les erreurs et demande à un élève fautif de dire comment il a procédé. Autant cette démarche se justifie dans un tête-à-tête, autant elle peut être décourageante si elle est publique. Il convient donc de trouver des formes d'expression qui soient valorisantes. Récemment, des enseignants ont engagé leurs élèves dans des démarches de création de vidéos qui sont

11 Citée par Chesnel S., « Tous à vos claviers : faut-il en finir avec l'écriture à la main ? », [en ligne] disponible sur le site de [L'Express](#), consulté le 23 septembre 2015.

12 « Principe d'engagement actif, d'attention et de plaisir », [en ligne] disponible sur le site [Moncerveaualecole.com](#), consulté le 23 septembre 2015.

13 Villani C., *Le 1 Hebdo*, n° 23, semaine du 10 septembre 2014.

autant de mises en usage du langage mathématique. De même, la création d'un « Journal du nombre¹⁴ » participe de cette même ambition de valoriser l'expression des élèves en vue du développement d'une compréhension fine.

ORGANISATION DE L'ÉTUDE

La problématique de cette rencontre entre l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et la société numérique peut être traitée de divers points de vue. Nous en avons retenu deux qui sont complémentaires. Le premier est centré sur les domaines d'enseignement des mathématiques à l'école primaire, quelle que soit leur appellation au fil des programmes successifs. Le second se rapporte aux conditions pour que cet enseignement soit renouvelé et réellement inscrit dans cette ère du numérique ; il y est alors question des équipements nécessaires, des ressources pédagogiques à repenser, des formations des enseignants, sans oublier que rien n'est possible si l'on ne considère pas différemment l'évaluation des élèves et la question connexe des « élèves en difficulté ». Le sujet du numérique en tant qu'outil peut donc se retrouver dans l'une ou l'autre approche, avec d'inévitables redondances. L'essentiel du sujet porte sur la culture numérique et la culture mathématique, qui sont à construire de manière synchrone.

14 Voir p. 93, « La recherche ACE », chapitre « Développer les ressources pédagogiques ».