

Angles et navigation en classe de 5^{ème}

IREM de Poitiers, équipe Collège

Instruments de navigation

Les règles de navigation

Connaissances : symétrie centrale, angles du parallélogramme, angles alternes-internes, parallélisme.

Compétences : connaître et utiliser les propriétés relatives aux angles formés par deux parallèles et une sécante et leurs réciproque, connaître et utiliser une définition et les propriétés (relatives aux côtés, aux diagonales, aux angles, aux éléments de symétrie) du parallélogramme, du rectangle.

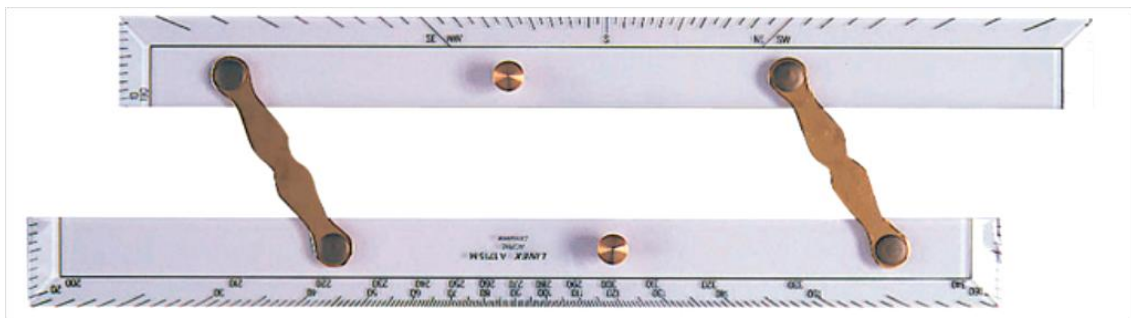
Questions : comparer, construire.

Sources : http://historic-marine-france.com/navigation-et-estime/1_estime.html et http://www.auvieuxcampeur.fr/media/catalog/product/1/0/10_0724057.jpg



Ces règles de navigation étaient utilisées au XIX^e siècle pour tracer les routes maritimes sur les cartes marines à partir des roses des vents. Elles le sont encore aujourd'hui.

- Comment servent-elles ?
- Montrer qu'elles possèdent un centre de symétrie. Expliquer les angles égaux.



Enseigner les mathématiques en 5^e : les ANGLES, p. 74 – © IREM de Poitiers, 2014

Enseigner les mathématiques en 5^e : les ANGLES – © IREM de Poitiers, 2014

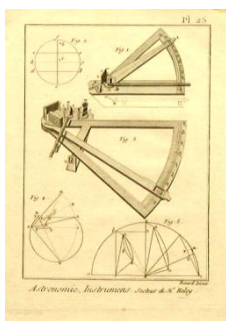
Graduer un quart de cercle

Connaissances : bissectrice, triangle équilatéral, fractions, fractions de fraction.

Compétences : partager des angles, chercher, réinvestir des connaissances, expliquer, construire, vérifier.

Questions : partager, construire.

Sources : Traités de navigation anciens.



Comment graduer un rapporteur en 180° ?

La construction d'instruments circulaires gradués est un problème ancien et important pour beaucoup d'utilisations : astronomie, marine, artillerie, arpentage, géométrie...

Voici la méthode donnée en 1643 par Fournier dans son *Traité de navigation* pour un quart de cercle :

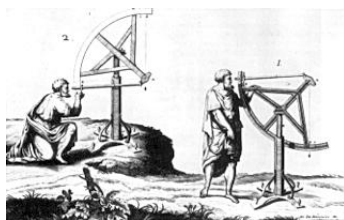
« Diviser la quatrième partie d'un cercle en 90° . Diviser-la premièrement en trois parties égales, puis chacune en trois qui feront 9 dizaines, puis en 2 et chacune en 5, et vous aurez 90° complets ».

Bouguer en 1753 propose de diviser en 3, puis en 2, puis en 3 pour avoir des graduations de 5° .

Les constructions sont faites avec une règle non graduée et un compas.

Avec ces instruments :

- 1) Comment peut-on diviser en 2 un angle quelconque ?
- 2) Comment peut-on diviser en 3 un angle de 90° ?
- 3) Comment peut-on diviser en 3 un angle de 30° ?
- 4) Construire avec précision la graduation (de 5° en 5°) d'un quart de cercle de marine de 10 cm de rayon. Vérifier avec votre rapporteur. Pour la présentation des graduations on pourra s'inspirer de celle du quart de cercle pendulaire en laiton de la guerre de 14-18 sur la photo ci-contre.
- 5) Rechercher des instruments gradués en degrés ayant servi à mesurer les angles et dont la graduation est faite sur un cercle ou une fraction de cercle



Remarques :

- pour la description et l'usage du quart de cercle, voir dans la rubrique MESURER. Prendre la hauteur d'un astre avec un quart de cercle ;
- pour la division d'un angle en 3, voir les situations proposées dans cette partie.

Enseigner les mathématiques en 5^e : les ANGLES, p. 87 – © IREM de Poitiers, 2014

Enseigner les mathématiques en 5^e : les ANGLES – © IREM de Poitiers, 2014

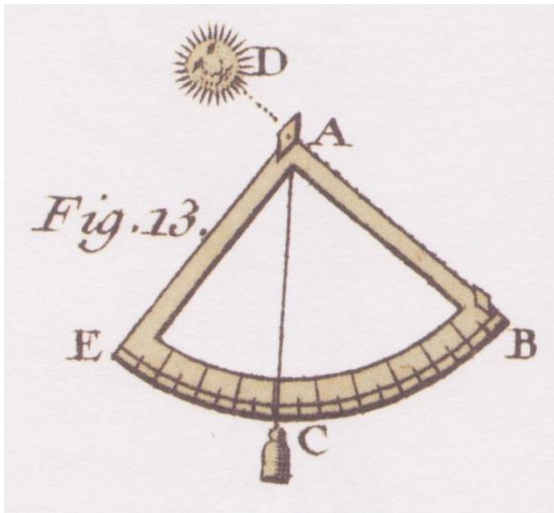
Prendre la hauteur d'un astre avec un quart de cercle

Connaissances : angles et parallèles, angles complémentaires.

Compétences : comparer des angles, expliquer, prouver, prélever des informations, se documenter,

Questions : comparer, mesurer.

Sources : Le *Traité de navigation* de Jean-Baptiste Denoville 1760, ASSP, éditions point de vues, 2008, et *Instruments scientifiques à travers l'histoire*, Élisabeth Hébert dir., Ellipses, 2004 (voir partie 7, bibliographie).



Dans son traité de navigation, Denoville décrit à l'aide de la figure ci-contre l'utilisation d'un instrument :

« Observer la hauteur d'un astre avec un quart de cercle gradué dans ses 90°, ayant deux pinnules A & B sur l'un de ses rayons AB & un fil avec un plomb AC, attaché à son centre A.

Il faut tourner le quart de cercle vers l'astre D, de manière que son rayon DAB passe par les deux pinnules A & B, alors le fil à plomb qui doit toucher librement les degrés du quart de cercle BCE, marquera en C les degrés de la hauteur du Soleil depuis C jusqu'en E, & son complément depuis C jusqu'en B ».

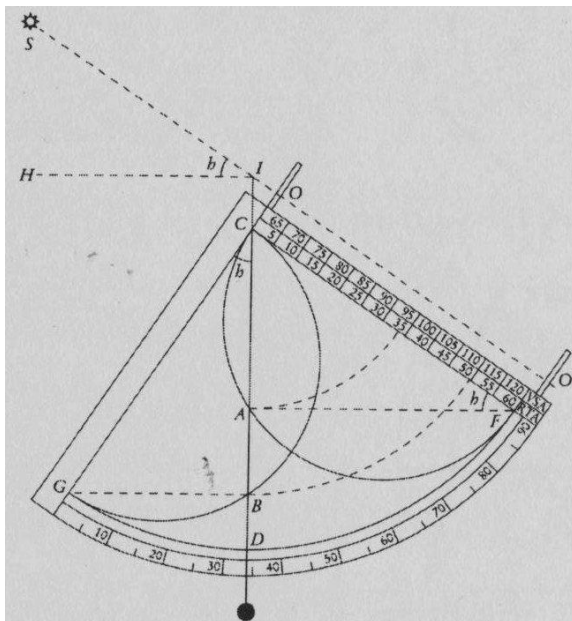
La hauteur d'un astre (étoile, planète, soleil) est l'angle entre la direction de l'astre et l'horizon.



1) Trace sur sa figure la ligne d'horizon passant par A et par un autre point que tu appelleras H. Quel angle appelle-t-on la hauteur de l'astre D ? Pourquoi, comme le dit Denoville, cet angle a la même mesure que l'angle \widehat{CAE} ? Quelle mesure indique la figure pour la hauteur du Soleil ?

2) Selon la taille de l'observateur qui tient l'instrument, le point A est plus ou moins haut. Explique pourquoi ça ne change rien pour la mesure de la hauteur de l'astre.

3) La figure ci-contre, extraite d'un ouvrage de Raymond d'Hollander sur l'astrolabe, représente un quart de cercle avec sa graduation. Quelle mesure de la hauteur du Soleil indique-t-il ? Sur la figure, 3 angles ont la même mesure b. Donne leurs noms, et explique pourquoi ils sont égaux.



4) Recherches

- Pourquoi les marins cherchent à mesurer la hauteur des astres ? Sont-ils les seuls à le faire ?
- Les hommes ont-ils utilisé d'autres instruments pour faire cette mesure ? Lesquels ?

La gîte des navires

Mesurer la gîte d'un ferry

Connaissances : angles complémentaires, angles et parallèles, mesure d'un angle.

Compétences : prendre des initiatives, vérifier, chercher de l'information.

Questions : comparer, **mesurer**.

Sources : article de *La Nouvelle République* 19/10/2012



Le « Napoléon-Bonaparte » gîte à environ 15 degrés, maintenu à quai par deux remorqueurs. - (AFP)

- 1) Où peut-on mesurer cet angle de 15° ? Justifier.
- 2) Vérifier la mesure annoncée dans cet extrait d'article.
- 3) Recherches
 - Qu'est-ce qui peut provoquer de la gîte ?
 - À partir de quel angle les passagers ne peuvent-ils plus tenir debout ?
 - Suivant les types de bateaux à partir de quel angle de gîte chavirent-ils ?

Enseigner les mathématiques en 5^e : les ANGLES, p. 67 – © IREM de Poitiers, 2014

Enseigner les mathématiques en 5^e : les ANGLES – © IREM de Poitiers, 2014

Mesurer la gîte d'un voilier

Connaissances : mesure d'un angle, angles complémentaires, angles et parallèles.

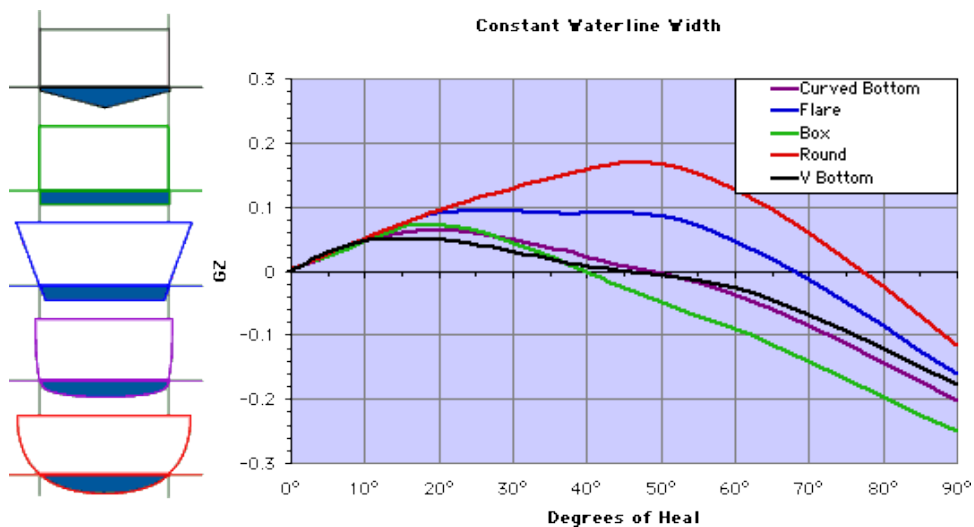
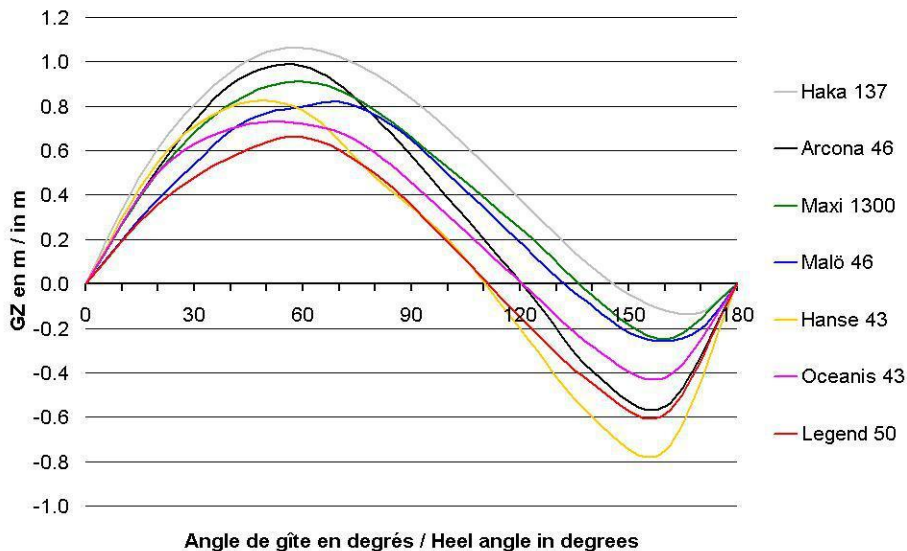
Compétences : lire un graphique, prendre des initiatives, chercher de l'information.

Questions : comparer, mesurer.

Sources : Wikipédia (photo), <http://numawan.wordpress.com/2007/10/01/la-courbe-de-stabilite-the-stability-curve/> et <http://andypink.wordpress.com/2009/01/14/stabilite-par-nick-schade/>



- 1) Mesurer la gîte (ou bande) de ce voilier.
 - 2) Y a-t-il plusieurs possibilités pour faire cette mesure ?
 - 3) Quand la gîte devient trop importante le voilier chavire, à partir d'une valeur qui dépend du type de bateau. Quand la courbe de stabilité passe au dessous de l'axe, le bateau chavire.
- Graphique 1 : trouver cette valeur pour les 7 voiliers de course.
Graphique 2 : trouver cette valeur pour les 5 types de bateaux.



Se repérer en mer

Navigation côtière : trouver sa distance à un amer

Connaissances : angles, angles supplémentaires, somme des angles du triangle, triangle isocèle, vitesse.

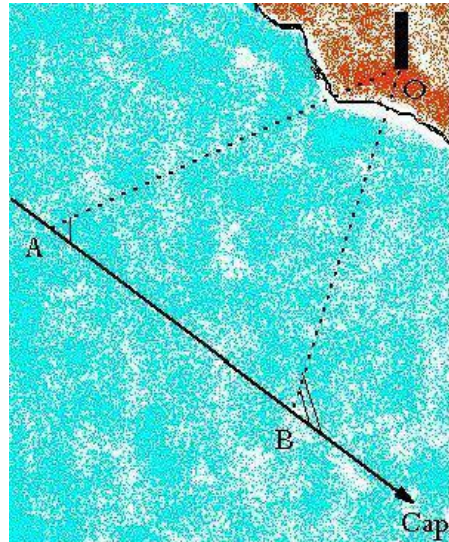
Compétences : utiliser le calcul littéral, démontrer, appliquer une formule.

Questions : calculer.

Sources : <http://samsblues.free.fr/Navigation/routes.html>

Un bateau navigue le long de la côte. Le navigateur connaît la vitesse de son bateau mais il doit aussi s'informer sur la distance qui le sépare de cette côte. Pour cela, il note l'heure et prend un premier "gisement" avec un point de repère (**amer**) proche du rivage, puis, gardant une vitesse et un cap constant, il attend le moment où cet angle double, il note à nouveau l'heure. Il connaît alors la distance qui le sépare du point visé !

Ceci s'explique grâce à la propriété géométrique suivante.



Les angles en A et B sont les gisements, AB est la distance parcourue par le bateau.

Quand l'angle en B vaut le double de l'angle en A (doublement de l'angle d'étrave) alors on a $OB = AB$.

Pouvez-vous donner une preuve de cette propriété géométrique ?

Utilisation : si la mesure de l'angle en A donne 50° , que le bateau avance à 5 nœuds et qu'il atteint le point B 30 min plus tard, à quelle distance se trouve-t-il alors du point de repère ?

Informations utiles :

- « En navigation, le **gisement** est l'angle formé entre l'axe longitudinal (ou ligne de foi) d'un navire et la direction d'un point extérieur. » (*Wikipedia*).

- Un nœud = 1,852 km/h

Enseigner les mathématiques en 5^e : les ANGLES, p. 77-78 – © IREM de Poitiers, 2014

Enseigner les mathématiques en 5^e : les ANGLES – © IREM de Poitiers, 2014

Une croisière à Belle-Ile-en-Mer : se repérer avec un seul amer

Connaissances : utilisation du rapporteur, angles correspondants, parallélogramme, vitesse, échelles.

Compétences : démontrer, suivre un programme de construction, comprendre un schéma, construire des droites parallèles, des angles de mesures données, utiliser la proportionnalité.

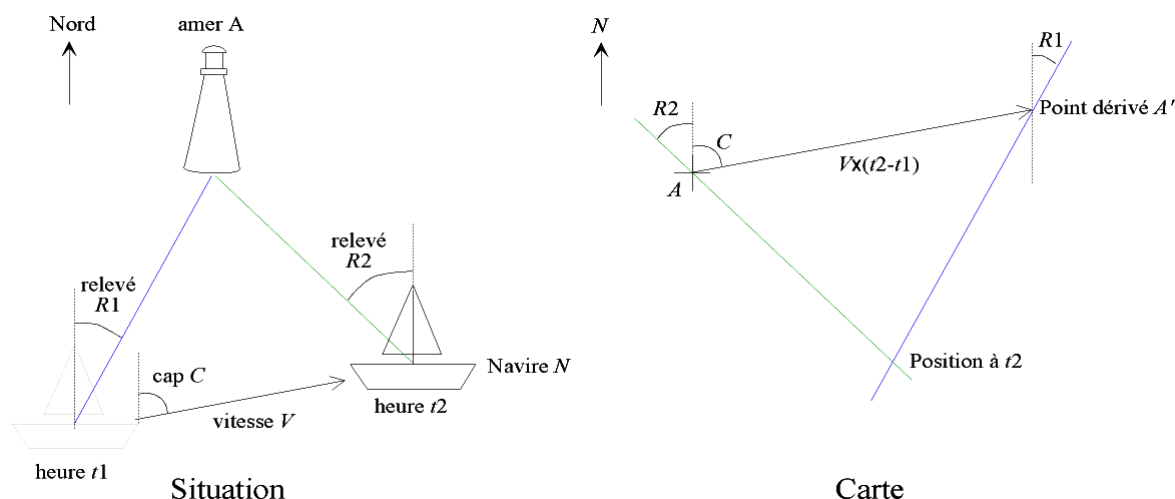
Questions : calculer, construire.

Sources : http://fr.wikipedia.org/wiki/Navigation_c%C3%B4ti%C3%A8re et <http://sauvmer.free.fr/> pour l'extrait d'une carte marine de Belle-Ile-en-Mer

Lorsque l'on fait de la navigation de plaisance le long des côtes il est souhaitable de pouvoir repérer sa position sur une carte marine. Ce n'est pas si simple. Il est en revanche facile de connaître son **cap** et sa vitesse grâce aux instruments embarqués. Si l'on ne dispose que d'un seul point de repère visible (**amer**), il faudra prendre deux **relevés** à deux instants différents en direction de cet **amer**. Voici une méthode utilisée par les marins trouvée sur Wikipedia :

« On trace un segment de droite ayant la direction du déplacement, ayant pour origine le point visé (l'autre extrémité étant dans le sens du mouvement), et pour longueur la distance parcourue ; on a ainsi l'emplacement qu'aurait le point de référence s'il avait bougé comme le navire, nous l'appelons « point dérivé » ; on trace la direction du second **relevé** à partir du point de référence ; on trace la direction du premier **relevé** à partir du point dérivé ; l'intersection de ces droites donnerait l'emplacement du navire. »

Voici l'illustration de la méthode :



Informations utiles

« L'**azimut** est l'angle dans le plan horizontal entre la direction d'un objet et le **Nord**. » (Wikipedia)

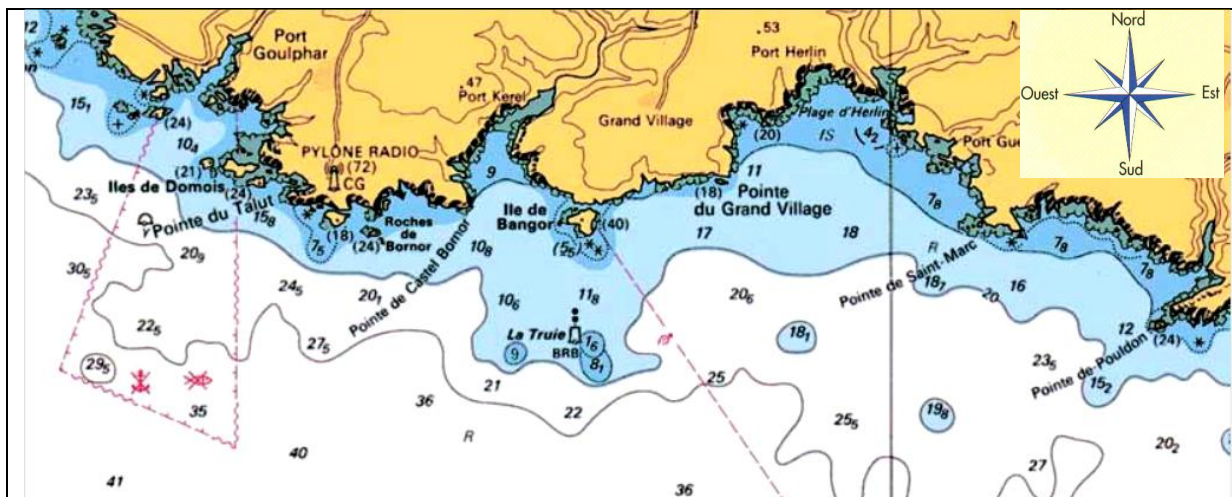
Relever consiste à mesurer un azimut.

Le **cap** suivi par un bateau est l'angle entre le Nord et la direction suivie par ce bateau.

Une situation : À 15 h 00 min le navigateur **relève** un **azimut** de 26° Est en visant le pylône radio qu'il aperçoit ; il navigue ensuite à une vitesse constante de 10 km/h en suivant toujours le même **cap** de 83° Est. À 15 h 30 min il prend un second **relevé** en visant le même pylône qu'il aperçoit encore au loin et obtient un **azimut** de 70° Ouest.

Vous avez maintenant toutes les informations qui permettent au navigateur de se positionner sur la carte ci-dessous. À vous maintenant d'effectuer correctement la construction géométrique qui a été présentée pour trouver cette position.

Théorie : Pourriez-vous expliquer à l'aide de la géométrie pourquoi cette construction fournit bien la position du bateau au moment du second relèvement ?



Échelle : La distance entre la pointe de Saint-Marc et le centre de l'île de Bangor est de 2700 m.

Enseigner les mathématiques en 5^e : les ANGLES, p. 78-79 – © IREM de Poitiers, 2014

Enseigner les mathématiques en 5^e : les ANGLES – © IREM de Poitiers, 2014

Une croisière à Belle-Ile-en-Mer : se repérer avec deux amers

Connaissances : utilisation du rapporteur, angles alternes-internes, parallèles.

Compétences : savoir s'orienter, résoudre un problème à l'aide de propriétés géométriques, construire des droites parallèles, des angles de mesures données, s'informer.

Questions : calculer, construire.

Sources : <http://sauvmer.free.fr/> pour l'extrait d'une carte marine de Belle-Ile-en-Mer

Lorsque l'on fait de la navigation de plaisance le long des côtes il est souhaitable de pouvoir repérer sa position sur une carte marine. Ce n'est pas si simple. Si l'on dispose de deux points de repère (**amers**), on **relève** au même moment les **azimuts** de ces deux **amers**. Avec la connaissance de ces deux **relevés** un navigateur est capable de trouver sa position grâce à quelques tracés sur sa carte marine.

Voici une situation concrète.

Un bateau navigue par beau temps le long des côtes sud de Belle-Ile-en-Mer (carte ci-dessous), une magnifique île du Morbihan. Le navigateur aimerait savoir où il se situe exactement. Il utilise son **compas de relèvement** et prend, presque au même moment, deux **relevés**. Le **relevé** avec le pylône radio comme **amer** donne un **azimut** de 26° Est et le **relevé** avec la tourelle « La truie » donne un **azimut** de 68° Est.

Il trace alors, à l'aide d'un rapporteur, d'une équerre et d'une règle quelques lignes sur la carte et localise ainsi sa position. Comment s'y prend-il ?

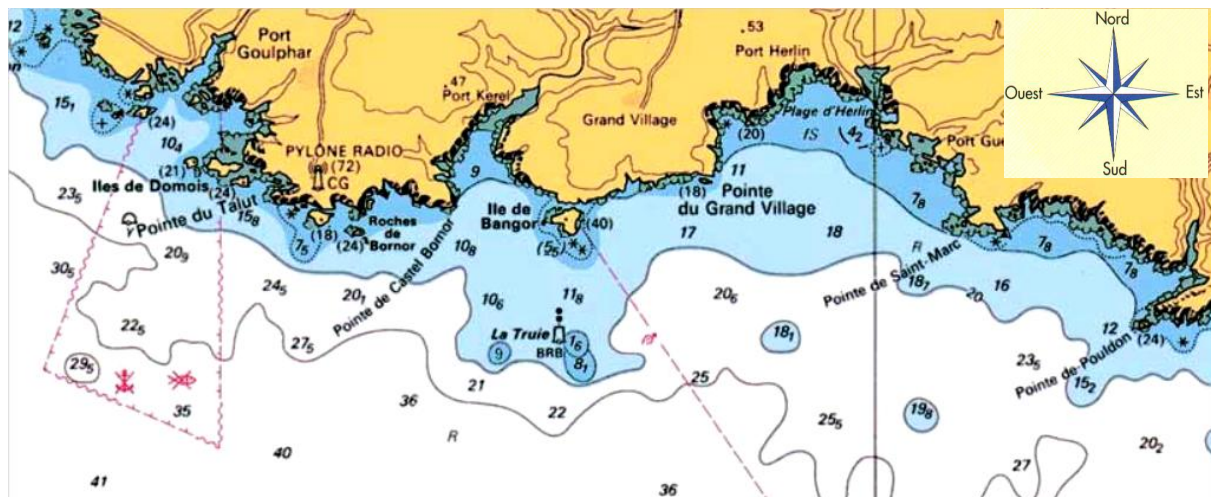
À vous d'essayer de le deviner !

Si vous êtes curieux, vous pouvez chercher sur Internet ce qu'est un **compas de relèvement**.

Informations utiles

« L'**azimut** est l'angle dans le plan horizontal entre la direction d'un objet et le **Nord**. » *Wikipedia*

Relever une position consiste à mesurer un **azimut**.



Échelle : La distance entre la pointe de Saint-Marc et le centre de l'île de Bangor est de 2700 m.

Enseigner les mathématiques en 5^e : les ANGLES, p. 79-80 – © IREM de Poitiers, 2014

Enseigner les mathématiques en 5^e : les ANGLES – © IREM de Poitiers, 2014

Une croisière à Belle-Ile-en-Mer : se repérer avec un seul amer (variante)

Connaissances : utilisation du rapporteur, angles supplémentaires, parallèles, construction de triangles, somme des angles du triangle.

Compétences : savoir s'orienter, construire des droites parallèles, des angles de mesures données, savoir conjecturer.

Questions : calculer, construire.

Sources : <http://sauvmer.free.fr/> pour l'extrait d'une carte marine de Belle-Ile-en-Mer

Après avoir débarqué sur un petit îlot pour visiter la tourelle « La truie », un plaisancier repart en mer en gardant une vitesse et un cap constant. Aussitôt après son départ il prend un premier **gisement** avec comme **amer** à **tribord** le pylône radio. Il trouve 52° . Un peu après il prend un second **gisement** toujours en se fixant sur le même **amer** à **tribord**. Il trouve alors 137° . Comment peut-il s'y prendre pour trouver sa position sur la carte ?

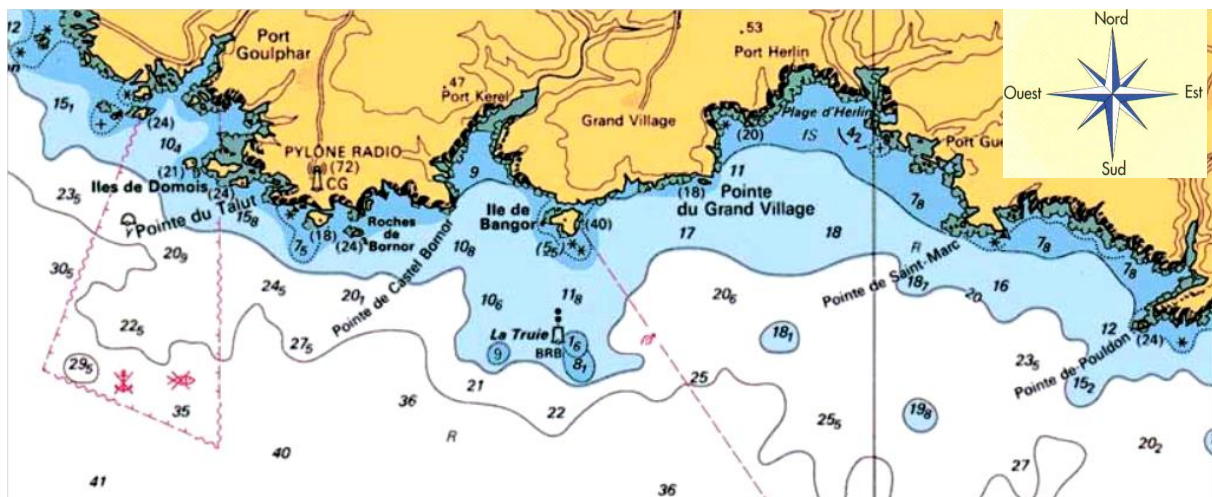
Informations utiles

- « En navigation, le **gisement** est l'angle formé entre l'axe longitudinal (ou ligne de foi) d'un navire et la direction d'un point extérieur. » (*Wikipedia*).

- **Tribord** : côté droit du bateau quand on regarde vers l'avant (la proue).

- **Amer** : point de repère visible.

Commentaire : le but de cette activité est de motiver l'introduction de la somme des angles du triangle.



Échelle : La distance entre la pointe de Saint-Marc et le centre de l'île de Bangor est de 2700 m.

Enseigner les mathématiques en 5^e : les ANGLES, p. 80-81 – © IREM de Poitiers, 2014

N.B. : ces documents sont libres d'utilisation en classe. En cas d'utilisation en formation d'enseignants, nous demandons que la source « IREM de Poitiers » soit explicitement citée.

Nous préconisons un enseignement des Mathématiques où celles-ci sont conçues comme manières de répondre à des questions que se posent les hommes.

Les activités proposées ci-dessus, ont été conçues, non pas pour montrer l'efficacité de mathématiques abstraites pour traiter ces problèmes, mais pour développer les concepts en jeu, notamment celui d'angle sous ses différents aspects (comparaison, partage, mesure, calcul...).

Enseigner les mathématiques en 5^e: les ANGLES – © IREM de Poitiers, 2014