MATHÉMATIQUES PREMIÈRE

PREMIÈRES S, ES-L, STI2D, STMG

Compétences et évolution des pratiques

Michel Bachimont
Enseignant, lycée Édouard Branly à Boulogne-sur-Mer

Emmanuel Bacquet
Enseignant, lycée Édouard Branly à Boulogne-sur-Mer

Xavier Blouin
Enseignant, lycée Pierre de Coubertin à Calais

Marion Carré
Enseignante stagiaire, lycée Berthelot à Calais

Bernard Chrétien
Enseignant, lycée Giraux Sannier à Boulogne-sur-Mer

Marie-Hélène Cousyn
Enseignant, lycée Notre-Dame des Dunes à Dunkerque

Jean-Marc Duquesnoy
Enseignant, lycée André Malraux à Béthune

Vincent Joly
Enseignant, collège Frédéric Joliot-Curie à Lallaing

Catherine Lambert
Enseignant, lycée Pierre de Coubertin à Calais

Franck Lambert
Enseignant, lycée Sophie Berthelot à Calais

Didier Reghem
Enseignant, lycée Marguerite de Flandre à Gondecourt

Joël Ternoy
Enseignant, lycée Henri Darras à Liévin

Marie-Christine Obert, Florian Odor, Olivier Wantiez
IA-IPR de mathématiques, académie de Lille

CANOPÉ ÉDITIONS
AGIR

Sommaire

5 Avant-propos

PARTIE 1

7 **ENJEUX DES PROGRAMMES DE MATHÉMATIQUES**

9 Extraits des programmes Objectifs généraux

11 Compétences mathématiques au lycée

12 Une place centrale pour la résolution de problèmes

13 La formation des élèves

17 Accompagnement personnalisé au lycée

18 Contenus en évolution : statistique et probabilités, algorithmique

PARTIE 2

23 **AIDER À PÉRENNISER LES ACQUIS : PROGRESSIONS SPIRALÉES**

25 Introduction

26 Tableau récapitulatif des différents programmes de première

27 Présentation de progressions spiralées et commentaires (S, ES-L, STI2D, STMG)

PARTIE 3

37 **ASSURER LA CONTINUITÉ DES APPRENTISSAGES DU COLLÈGE À LA FIN DU LYCÉE : PROGRESSIONS VERTICALES**

39 Introduction

41 Statistique et probabilités de la troisième à la première

60 Situations en tâches complexes du collège à la classe de première

PARTIE 4

85 **DÉVELOPPER LES COMPÉTENCES MATHÉMATIQUES ET TRANSVERSALES AVEC LE NUMÉRIQUE**

87 Introduction

91 Apprendre avec l'ENT

96 Parcours d'orientation

109 Parcours algorithmique

136 Parcours eTwinning

PARTIE 5

139 **ASSURER LA PROGRESSIVITÉ DES APPRENTISSAGES : EXTRAITS DE PROGRESSIONS DÉTAILLÉES**

141 Introduction

142 Fonctions polynômes de degré 2

149 Introduction aux suites numériques

163 Suites

170 Introduction de la dérivation

176 Dérivation

186 Loi binomiale

202 Introduction des nombres complexes

DOCUMENTS EN LIGNE POUR L'ENSEIGNANT ET L'ÉLÈVE

reseau-canope.fr/notice/mathematiques-premiere.html

Avant-propos

En première, toutes séries confondues, l'enseignement des mathématiques doit particulièrement viser à l'acquisition de compétences solides sur lesquelles chaque élève pourra s'appuyer pour poursuivre avec réussite ses études dans le supérieur.

Les auteurs de cet ouvrage ont analysé les contenus des programmes. Ils ont repéré des pratiques pédagogiques efficaces qui sont le fruit d'une réflexion et d'un travail partagés entre pairs, notamment dans la préparation, la mise en œuvre et l'organisation de séquences pédagogiques. Ils présentent, entre autres, les plus-values du numérique, de l'interdisciplinarité et du travail collaboratif des élèves.

Au travers d'écrits, de récits, d'utilisations de divers outils notamment ceux du numérique, les auteurs proposent, conformément aux objectifs généraux des programmes, des pistes de travail permettant de développer la démarche scientifique, la démarche expérimentale et le raisonnement, tout en réinvestissant conjointement des connaissances et en amenant les élèves à construire des méthodes pour progresser.

Les grandes problématiques du programme des classes de première, éclairées par quelques *scénarii* pédagogiques développés tout au long de cet ouvrage, sont :
– Comment prendre en compte les acquis des élèves ?
– Comment personnaliser la progressivité des apprentissages ?
– Comment développer des compétences ?
– Comment favoriser la diversité de l'activité mathématique des élèves ?
– Comment faire vivre l'algorithmique, la logique et le raisonnement ?
– Comment intégrer les outils du numérique (ENT, logiciels) aux pratiques de classe ?
– Comment différencier l'enseignement ?
– Comment aider les élèves à développer un regard critique face à leurs résultats ? À analyser leurs erreurs et à gagner ainsi en autonomie ?

Nous félicitons chaleureusement l'équipe dynamique et compétente de professeurs qui ont participé à la réalisation de cet ouvrage avec enthousiasme et implication.

Marie-Christine Obert, Florian Odor, Olivier Wantiez
IA-IPR de mathématiques, académie de Lille

Assurer la continuité des apprentissages du collège à la fin du lycée : progressions verticales

PARTIE 3

Statistique et probabilités de la troisième à la première

RÉFÉRENCES AU PROGRAMME

Un document mis en ligne synthétise les connaissances et capacités des programmes pour les classes de troisième, seconde et première.

COMPÉTENCES DÉVELOPPÉES

NIVEAU	COMPÉTENCES CIBLÉES	CONNAISSANCES ET CAPACITÉS
TROISIÈME	S'interroger. Expliquer et argumenter. Communiquer à l'oral et à l'écrit. Conjecturer. Observer et raisonner. Réaliser, manipuler. Concevoir, créer et réaliser. Prendre des initiatives. Confronter les documents ressources.	Expériences aléatoires à une épreuve, à une ou deux épreuves, à deux épreuves. Calcul de fréquences. Approche algorithmique de l'expérience.
SECONDE	S'approprier les ressources. Organiser et effectuer son travail. Prendre des notes. Raisonner, expliquer et argumenter.	Calcul de fréquences, d'une moyenne à partir d'une expérience aléatoire. Utilisation des instructions dans un algorithme. Mise en place d'un arbre des possibles ou pondéré. Choix d'un modèle probabiliste. Exploitation des simulations de situations à l'aide de la calculatrice. Émission des conjectures quant à la relation entre $P(A \cap B)$ et $P(A \cup B)$. Première approche de la formule $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. Validation ou invalidation d'un modèle.
PREMIÈRE S	Réaliser, manipuler. Observer et raisonner. Expliquer et argumenter. Concevoir, créer et réaliser.	Modèle de la répétition avec des expériences identiques et indépendantes. Calcul de fréquences. Approche algorithmique de l'expérience.

PLANCHE DE GALTON

Ce document a pour objectif de parcourir une partie des programmes de probabilité et de statistique de la troisième à la terminale au travers d'un thème « fil rouge », en l'occurrence la planche Galton. Il rappelle les différents attendus en probabilité du programme officiel.

Il est à noter que le lecteur trouvera pour chaque niveau, des activités dont les objectifs pourront être de réinvestir, de découvrir, de consolider ou de valider certaines parties du programme, tout en développant chez les élèves des méthodes et outils d'apprentissages.

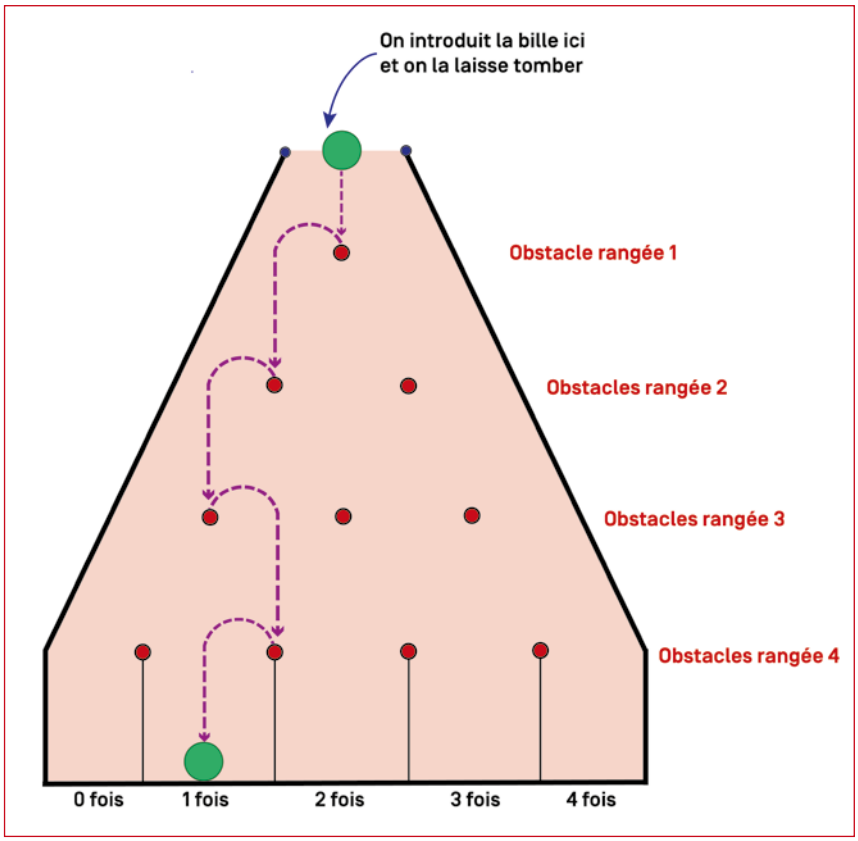
Remarque : La lecture complète du document est l'occasion de mettre en avant la continuité des apprentissages sur les différents niveaux du secondaire.

Les pages qui suivent pourront être consultées :
– http://images.math.cnrs.fr/La-courbe-en-cloche-transparente.html
– http://lmrs.univ-rouen.fr/Vulgarisation/Galton/galton_plus.html
– http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/truc_mat/textes/galton.htm

Une planche de Galton est un dispositif inventé par Francis Galton qui illustre la convergence d'une loi binomiale vers une loi normale.

DESCRIPTIF DE L'EXPÉRIENCE

Des clous sont plantés sur la partie supérieure d'une planche, de telle sorte qu'une bille lâchée sur la planche passe soit à droite soit à gauche avec la même probabilité égale à 1/2 pour chaque rangée de clous. Comme indiqué sur le schéma ci-dessous chacune des colonnes, situées au bas de la planche, recevant les billes correspond au nombre de passages à droite de chacun des clous. Par exemple pour la case la plus à gauche, la bille introduite dans la planche de Galton n'est jamais passée à droite justifiant le « 0 fois ».



SCÉNARIO PÉDAGOGIQUE POUR LA CLASSE DE TROISIÈME

Hors classe 1 : Introduction des probabilités

Objectif
– Apprendre à apprendre.

Modalités
– Classe inversée
– Vidéo « Introduction_Aux_Probabilites.mp4 » (*cf.* document en ligne) placée sur l'ENT dans un espace dédié à la classe

Travail demandé

PROBABILITÉS : TRAVAIL PRÉPARATOIRE

1. Visionner la vidéo « Introduction_Aux_Probabilites.mp4 ».

– Y a-t-il dans cette vidéo des notions que vous avez déjà abordées les cours précédents ? Si oui, pouvez-vous les citer et donner des exemples d'applications ?

– Qu'observe-t-on de nouveau ?

– A-t-on déjà une piste pour répondre à la question posée dans la vidéo ?

– Inventer une expérience aléatoire en lui associant une ou deux issues aléatoires.

2. Dans cette partie Paul et Léa ont effectué des tirages chacun dans deux urnes différentes contenant toutes deux des boules jaunes, rouges et bleues. Voici deux tableaux qui résument les résultats obtenus.

Urne 1 :

COULEUR	Jaune	Rouge	Bleu
EFFECTIF	51	95	48

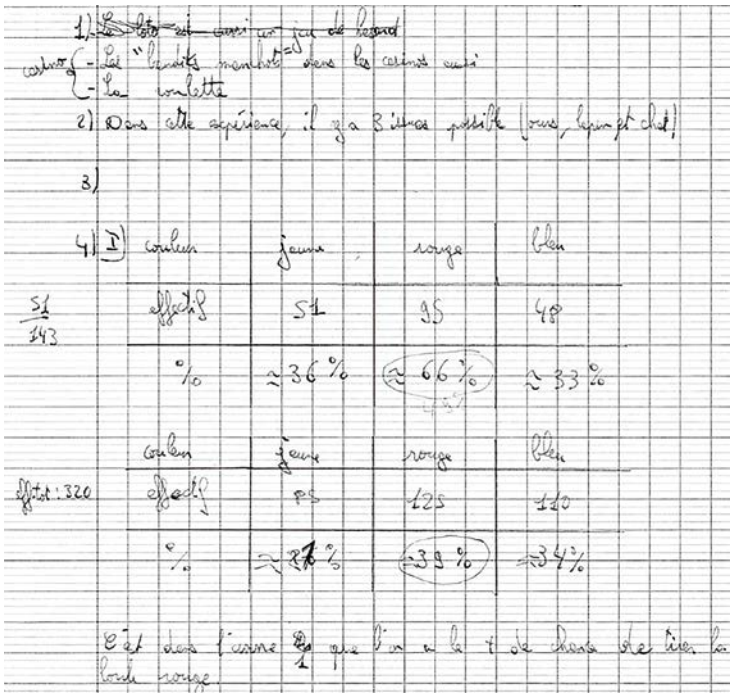
Urne 2 :

COULEUR	Jaune	Rouge	Bleu
EFFECTIF	85	125	110

Peut-on affirmer que l'on a plus de chance de tirer une boule rouge dans l'urne 2 ?

Remarque : les effectifs indiqués dans les tableaux de la question 2 peuvent être obtenus par des tirages réalisés en classe à partir de deux urnes distinctes donnant ainsi un côté ludique à l'expérimentation.

Retour critique
La vidéo présente la démarche expérimentale qui sera exploitée en classe. L'utilisation de cet outil par les élèves pour faire un état des acquis afin d'aborder la notion de probabilité permet de développer la curiosité, l'attention, la concentration autour d'un travail en autonomie. La lecture des différentes copies montre bien les difficultés des apprenants à se constituer des outils personnels de travail comme par exemple la prise de note. On remarque que beaucoup d'élèves ont utilisé la vidéo comme document sur lequel portaient les questions, et non pas comme une ressource pour imaginer une nouvelle expérience posant implicitement la question de la compréhension de la consigne. Les élèves maîtrisent des connaissances techniques comme par exemple le calcul d'une fréquence. Il aurait été plus pertinent de mettre en œuvre cette première activité en classe inversée durant le temps scolaire afin d'observer leurs méthodes de travail puis d'échanger sur les stratégies pour répondre aux questions. Avant d'externaliser ce type de travail, il est essentiel d'observer l'élève en activité puis de faire émerger des stratégies de travail afin que chacun puisse se doter de méthodes personnelles. C'est dans le cadre de la première expérimentation de la classe inversée qu'il faut apprendre aux élèves à prendre des notes.



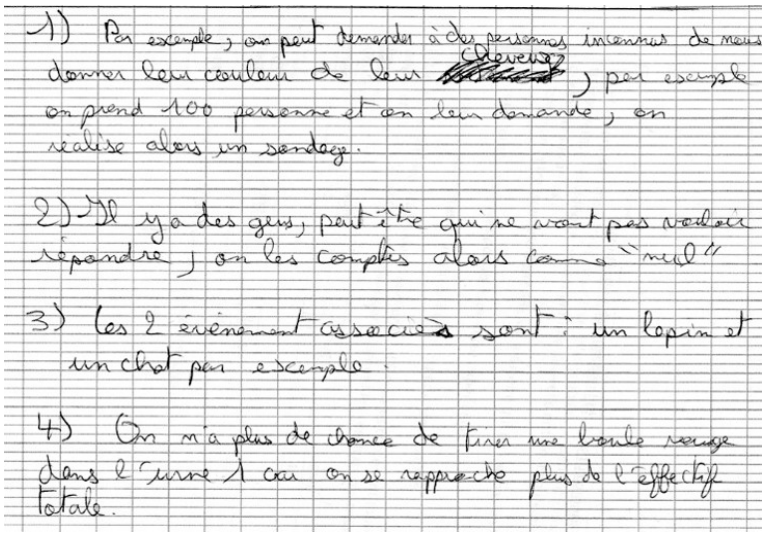
En conclusion les élèves sont en cours d'apprentissage dans le développement de compétences.

Séance 1

Objectifs
– S'exprimer et communiquer.

Modalités
– En salle informatique
– En classe complète

Déroulement
En phase 1, le professeur commence sa séance par un retour sur la classe inversée. Il est nécessaire de consacrer un temps d'échanges sur les différents travaux récupérés sur l'ENT. Il s'agit de confronter les résultats et les réponses rédigées. (25 minutes)



En phase 2, le choix est donné aux élèves de visionner plusieurs vidéos à l'adresse suivante : http://joly.vince.free.fr/Proba/ afin de conjecturer le calcul d'une probabilité. (20 minutes)
La phase 3 est un temps de mise en commun des résultats avec l'émergence d'une formule de calcul de probabilités. (10 minutes)

Hors classe 2

Objectif
– Entraîner les élèves à expérimenter, à observer, à conjecturer.

Modalités
– Classe inversée

Travail demandé

LA PLANCHE DE GALTON

1. Pour s'approprier le concept de la planche de Galton :
– visionner la vidéo illustrant le fonctionnement de la planche de Galton : http://joly.vince.free.fr/Galton/Galton.html ;
Lancer ensuite le programme suivant, et observer les situations obtenues pour différents paramètres http://joly.vince.free.fr/Galton/Galton.html ;
– pour chaque essai réalisé, quelle proportion de billes est passée une seule fois à droite de tous les clous rencontrés ?
– trouver une formule donnant le nombre de rangées nécessaires en fonction d'un nombre de colonnes donné ? Comment allez-vous vous y prendre ?
2. Pour chacune des affirmations suivantes, quels sont les arguments qui permettent de dire que celle-ci est fausse ou bonne :
– « Il y a plus de chance qu'une bille lancée arrive dans la colonne la plus à gauche que dans la colonne la plus à droite. »
– « La colonne qui reçoit le plus de billes est toujours celle du centre. »
– « Quand une bille tombe dans une colonne de la partie gauche de la planche, c'est qu'elle a plus souvent pris la direction gauche que la direction droite à chaque clou rencontré. »
– « Une bille qui tombe dans la colonne la plus à droite n'a jamais pris la direction gauche. »
– « S'il y a cinq colonnes en bas de la planche, une bille se trouvant dans la colonne du centre a tourné autant de fois à gauche qu'à droite à chaque clou rencontré. »

Retour critique
La découverte hors classe du simulateur « planche de Galton » permet dans un premier temps de dégager du temps. Les élèves s'approprient le simulateur, amorcent des pistes de solutions débattues durant le temps scolaire. Les échanges ont permis de soulever le problème de la dépendance des résultats vis-à-vis du paramétrage et du nombre de billes utilisées. Cette discussion en classe a pu servir de justification à la modélisation probabiliste du problème.

Séance 2

Objectif
– Entraîner les élèves à expérimenter, à observer, à conjecturer.

Déroulement
En phase 1, le professeur commence sa séance par un retour sur la classe inversée. Il est nécessaire de consacrer un temps d'échanges sur les différents travaux récupérés sur l'ENT afin de confronter les résultats et les réponses rédigées. (35 minutes)

En phase 2, les élèves découvrent la situation problème. (20 minutes)

Assurer la progressivité des apprentissages : extraits de progressions détaillées

PARTIE 5

Suites

ASSURANCE

SCÉNARIO PÉDAGOGIQUE

Thème
Suites arithmétiques et géométriques

Objectifs
– Modéliser et étudier une situation simple à l'aide de suites.
– Utiliser un tableur pour obtenir une liste de termes d'une suite.
– Réaliser et exploiter une représentation graphique des termes d'une suite.
– Définir par récurrence les suites arithmétiques et les suites géométriques.

Intégration dans la progression spiralée
L'expérimentation a été menée en STMG dans le cadre de la progression décrite ci-dessous.
Les taux d'évolutions sont maîtrisés ; les suites numériques ont été abordées en amont pour éviter tout amalgame entre « suite » et « suite arithmétique/géométrique ».
L'utilisation du tableur est un fil rouge du programme de 1re STMG ; les élèves, à ce moment de l'année, le manipulent aisément.

Modalités
– Exposé oral, production écrite
– Travail individuel, en groupe et collectif

ASSURANCE, UN MALENTENDU AVÉRÉ

Si Sarah obtient son baccalauréat, ses parents lui donneront leur voiture mais elle devra payer elle-même l'assurance et son essence.

Elle décide d'ores et déjà de se renseigner sur les tarifs d'assurance et elle est surprise par la complexité de l'étude.

Premier contact avec son père.



N'ayant pas tout compris, Sarah se renseigne et obtient cette définition sur Wikipédia :

« L'expression bonus-malus ou coefficient de réduction-majoration (CRM) désigne une méthode de pondération de l'appréciation du risque par la sinistralité surtout utilisée pour les assurances auto.

Les règles du bonus-malus sont définies en France par le code des assurances. Le CRM ne concerne que les véhicules de plus de 80 cm^3.

Un assuré gagne 5 % de bonus par année d'assurance sans sinistre responsable. Le maximum est de 50 % et il faut trois ans supplémentaires pour le conserver en cas de sinistre responsable dans les trois ans.

En cas de sinistre responsable le malus augmente de 25 % par accident. En cas de sinistre partiellement responsable le malus augmente de 12,5 %. Le malus ne peut être supérieur à 350 %. Si un assuré a un malus supérieur à 100 % au bout de deux ans d'assurance sans sinistre il revient automatiquement à 100 %. »

Combien d'années faudra-t-il à Sarah pour payer la même prime d'assurance que son père ?

Vous insérerez des éléments de tableur (tableaux et courbe) dans votre synthèse.

ACTIVITÉ/ ÉVALUATION	ORGANISATION /MODALITÉS	TÂCHES DES ÉLÈVES /POSTURE DU PROFESSEUR	SUPPORTS*	RETOUR CRITIQUE
Séance 1 – Découverte et communication				
Phase 1. 5 min Lancement de l'activité	Salle pupitre Classe	L'enseignant lance l'activité en ouvrant la discussion sur le coût d'une voiture puis il la recentre sur les assurances. Les élèves alimentent le sujet avec leur situation : l'assurance coûte cher en tant que jeune conducteur. Le but est de motiver les élèves réfractaires aux documents papier.	Sujet Assurance, un malentendu avéré (O)	La discussion peut vite sortir du sujet (jeune conducteur, bonus, malus, tarif…)
Phase 2. 5 min Consignes	Salle pupitre En groupe	Les élèves travaillent en binômes. Le professeur précise la consigne : « Il s'agit de répondre à la commande en respectant les contraintes : la production doit être numérique avec des insertions tableur ; il est préférable d'expérimenter avant de rédiger. »		Le tableur est un fil rouge de la série STMG. Imposer ces contraintes régulièrement rend la tâche usuelle.
Phase 3. 20 min Recherche en autonomie	Salle pupitre En groupe	Les élèves recherchent, discutent, choisissent une stratégie, mettent en forme la trace écrite. Le professeur se tait. Il est simple « référent tableur ».		Les démarrages sont successifs. Il faut leur faire confiance.
Phase 4. 5 min « STOP »	Salle pupitre Classe	Chaque groupe prend connaissance des autres stratégies. Le professeur demande de ne pas trahir la solution pendant cet échange.	Deux productions d'élèves (O)	Cette phase s'avère utile, elle permet de recentrer et de ne perdre aucun groupe.
Phase 5. 20 min Communication	Salle pupitre En groupe	Les élèves finalisent la recherche et mettent en forme la production numérique commandée.		

*Supports disponibles dans l'ouvrage (O) ou en ligne (L)

Séances 2, 3 et 4 – Synthèses, exercices, différenciation				
				Les travaux de la séance 1 ont été corrigés par le professeur, leur richesse a permis de générer le cours Suites arithmétiques/ géométriques.
Séance 5 – Phases d'évaluation et finalisation				
Évaluation formative 1 à 2 heures	Salle informatique en autonomie ou à la maison avec le fichier Didapage conçu par l'enseignant	Les élèves s'évaluent en autonomie sur les compétences du référentiel en utilisant si nécessaire les aides données en cas d'erreurs. Le professeur a conçu le document didapage. Il récupère et analyse, pour chaque élève, la feuille bilan sur les compétences.	Extraits d'un livre électronique (0) Livre électronique *Suites en 1re STMG* réalisé avec Didapage (L)	Permet d'évaluer les compétences en variant le support tout en donnant de l'autonomie à l'élève.

Retour critique sur la séquence

Séance 1 : Découverte de l'activité Assurance, un malentendu avéré

La situation-problème démarre avec la lecture de la bande dessinée. Certains élèves aiment à s'identifier dans les situations et certains d'entre eux ont le permis de conduire. Une discussion sur le coût d'utilisation d'une voiture sur l'assurance est rapidement engagée, l'enseignant est satisfait de l'intérêt qu'il a suscité mais veille à ne pas entrer dans le débat.
Les élèves sont répartis par binômes. Ils disposent d'un ordinateur équipé d'un tableur et d'un traitement de texte ainsi que de l'énoncé.
Ils s'imprègnent du document, schématisent la situation, traitent le problème sans rédiger, amorcent des essais sur tableur.
Les élèves ont interdiction de communiquer le résultat (rituel de recherche) ; ils doivent recentrer le problème : Que sait-on ? Que nous demande-t-on ? Cette phase permet à tous de démarrer.
Les élèves passent à la résolution du problème et rédigent leur compte rendu.

*Supports disponibles dans l'ouvrage (0) ou en ligne (L)