

# Fractions et nombres décimaux

Olivier Graff  
Anthony Kirch  
Benoît Wozniak

Coordination Michel Volckcrick



Collection dirigée par Philippe Courbois,  
inspecteur de l'Éducation nationale

# Fractions et nombres décimaux

**Olivier Graff**  
**Anthony Kirch**  
**Benoît Wozniak**  
**Coordination Michel Volckcrick**

## Préface

Tous les enseignants de cycle 3 et les professeurs de mathématiques de collège savent bien que les notions de fraction et de nombre décimal sont difficiles pour les élèves. Et beaucoup d'adultes font encore des confusions, preuve s'il en était besoin que ces notions ont été mal installées dans leur esprit. Non, les nombres décimaux ne sont pas des nombres entiers auxquels on a ajouté une virgule ! Et les fractions ne sont pas que des outils de partage comme l'étymologie pourrait le laisser penser ; ce sont aussi des nombres qui ont des priorités particulières, que l'on peut ajouter, multiplier... Découvrir les nombres décimaux est donc une rupture conceptuelle par rapport aux nombres entiers et pour bien comprendre les difficultés pédagogiques et didactiques, il faut être au clair sur les concepts mathématiques. Le passage des entiers aux fractions est une autre rupture qu'il est nécessaire d'appréhender précisément.

Le document que nous proposent Olivier Graff et Benoît Wozniak, qui ont déjà l'expérience de la publication pédagogique, Anthony Kirch qui les rejoint et Michel Volckcrick qui a assuré la coordination de l'ouvrage, fournit les éléments mathématiques essentiels à une approche correcte de ces nouveaux nombres à l'école primaire. Les séquences pédagogiques construisent progressivement ces nombres à travers des phases d'apprentissage, d'entraînement, de réinvestissement et d'évaluation. Et en toile de fond, cette phrase clé des programmes : « La maîtrise des principaux éléments de mathématiques aide à agir dans la vie quotidienne et prépare la poursuite d'études au collège. »

Les auteurs sont engagés depuis plusieurs années dans des projets pour que l'enseignement des mathématiques soit dynamique, vivant et source de plaisir pour les élèves. Ils mettent ici leur riche expérience professionnelle au service de tous les enseignants.

Souhaitons que ce document soit largement connu et relayé par les équipes de circonscription.

**Jean-Louis Durpaire**  
Inspecteur général  
de l'Éducation nationale

# Introduction

## Historique des fractions et des nombres décimaux : où le besoin des hommes fait comprendre le besoin des élèves

Les enseignants de cycle 3 savent à quel point l'entrée dans le monde des décimaux et des fractions constitue pour leurs élèves un obstacle redoutable qui nécessite beaucoup d'énergie et dont l'acquisition reste pour bon nombre d'entre eux particulièrement fragile. De leur côté, les professeurs de collège ne peuvent que constater que les difficultés dans la connaissance de ces nombres sont loin d'être résolues chez les élèves à leur entrée comme à leur sortie du collège.

Aussi loin qu'on examine les manuels scolaires, à de très rares exceptions près, l'étude des décimaux précède – et souvent de loin – celle des fractions, dans le but affiché d'aller du plus simple au plus complexe.

Pourtant, à la question de savoir s'il vaut mieux commencer par les fractions ou les nombres décimaux, la réponse devrait être historique : la connaissance des fractions remonte à l'Égypte ancienne, alors que l'écriture des nombres décimaux est purement conventionnelle et ne date que du XVII<sup>e</sup> siècle.

C'est en effet vers 3000 avant J.-C. que l'on trouve chez les scribes égyptiens la symbolisation de fractions unitaires c'est-à-dire des « fractions de numérateur 1 ».

Et dès 2000 avant J.-C., les Babyloniens utilisaient une écriture mathématique qui leur permettait de représenter des grands nombres et certaines fractions ( $\frac{1}{120}$  ;  $\frac{1}{60}$  ;  $\frac{1}{30}$  ;  $\frac{1}{10}$  ;  $\frac{1}{5}$ ). L'utilisation de ces fractions particulières découle du fait que leur système de numération n'était pas décimal comme le nôtre mais sexagésimal c'est-à-dire en base 60.

La notation fractionnaire avec la barre est un héritage des Arabes. Le Perse Abu l-Wafa (940 - 998) a donné un statut de nombre à tout rapport de grandeurs. Jamshid al Kashi (1380 - 1429) a été le premier à donner une définition des fractions décimales. Il a montré comment décomposer toute fraction en somme de fractions décimales. Et plus tard, le Belge Simon Stevin (1548 - 1620) a donné naissance aux nombres décimaux dont l'écriture en ligne a grandement facilité les calculs.

L'originalité de la démarche proposée ici pour l'enseignement des fractions et des nombres décimaux repose donc sur l'historique de leur apparition et comporte deux aspects essentiels. Le premier aspect développé est que la découverte des concepts de fractions et de nombres décimaux par les élèves va suivre la même chronologie que la découverte de ces nouveaux nombres par l'homme. Ainsi notre démarche vise à proposer des situations de référence qui vont créer chez les élèves les mêmes nécessités que celles ressenties par l'homme lorsqu'il a éprouvé, dès qu'il a été question de mesures, le besoin de créer de nouveaux nombres ou de nouvelles écritures de ces nombres. Il s'agira donc pour les élèves de répondre à des situations concrètes de comparaison conduisant à la mesure de longueur, à des situations de fractionnement conduisant à des mesures d'aire, à des situations d'approximation de repérage de points et enfin à des situations d'approximation de mesure de longueur. Ces exercices leur permettront de faire un pas vers le collège et de comprendre que ces nombres donnent des réponses à des problèmes de division-partition et à des problèmes de division-quotition.

La démarche s'appuie en second lieu sur des changements de cadre. Il semble important en effet de prendre du temps et de multiplier les situations d'appréhension de ces nombres. Ainsi leur découverte dans un exercice de géométrie pourra être suivie par leur utilisation dans un cadre numérique avant d'envisager un réinvestissement dans un cadre graphique ou inversement. Ces passages incessants d'un cadre à l'autre permettront aux élèves de faire évoluer leurs représentations des fractions et des nombres décimaux et de donner du sens à ces nouveaux concepts.



I<sup>re</sup> PARTIE

# Les fondements théoriques et institutionnels

Donner du sens aux nombres fractionnaires et décimaux est l'objectif essentiel de notre travail. Proposer un enseignement rénové des fractions et des nombres décimaux nécessite donc la prise en compte de plusieurs facteurs : la permanence et le repérage des difficultés des élèves, les contraintes liées à son enseignement, les recherches disponibles en didactique des mathématiques.

## I LES DIFFICULTÉS DES ÉLÈVES

### La permanence des difficultés

Dans la compréhension des fractions et des nombres décimaux, les difficultés des élèves apparaissent de façon récurrente dans divers exercices proposés, que ceux-ci soient issus des évaluations nationales CM2 ou d'études universitaires. Jeanne Bolon\* dans sa thèse, expose les difficultés des élèves depuis la fin de CM1 jusqu'à la 5<sup>e</sup>. À la question « Par rapport à 7, quel est le nombre le plus proche : 6,9 ou 7,08 ? », les élèves ont des pourcentages de réussite de :

NIVEAU	CM1	CM2	6 <sup>e</sup>	5 <sup>e</sup>
RÉUSSITE	22 %	30 %	27 %	29 %

Seuls un quart des élèves ont donc une bonne représentation des nombres décimaux à la fin du CM1 et les autres ne progresseront pas davantage au fil de leur scolarité. Ces constats laissent donc à penser que les difficultés des élèves sont permanentes durant leur cursus d'apprentissage des fractions et des nombres décimaux et que les enseignants sont confrontés à une double problématique : repérer les causes des difficultés rencontrées par les élèves et leur faire surmonter ces difficultés lors de la découverte des nombres décimaux.

### Le repérage des difficultés

La découverte de toute notion mathématique, tout en s'appuyant sur un certain nombre de connaissances, déstabilise plus ou moins des représentations préalablement établies chez les élèves, que ces représentations aient été construites au travers d'expériences extérieures à la vie scolaire ou qu'elles soient spécifiquement liées à l'expérience scolaire. La construction d'une nouvelle connaissance nécessite donc de faire évoluer des représentations mais cela est particulièrement inconfortable lorsque l'appropriation de la nouvelle notion demande de les abandonner radicalement. L'apprentissage des fractions et des nombres décimaux oblige à un tel renoncement, c'est ce qui sera vu dans le premier paragraphe. Par ailleurs, l'abandon de tout ou partie des représentations mentales constitue un obstacle et donc une difficulté à l'apprentissage de toute nouvelle notion. L'apprentissage des fractions et des nombres décimaux va donc être source de difficultés pour les élèves qui vont se trouver face à des obstacles provenant de leurs propres représentations mentales. Ces obstacles seront examinés dans le deuxième paragraphe. Enfin tout apprentissage s'appuie sur des connaissances et des capacités construites précédemment qui, lorsqu'elles ne sont pas acquises, posent d'autres difficultés. Le cas des fractions et des nombres décimaux n'est pas différent des autres et leur apprentissage nécessite des connaissances et des compétences mathématiques préalables qui seront explicitées dans le troisième paragraphe.

### L'ENSEMBLE DES NOMBRES RATIONNELS ET DES NOMBRES DÉCIMAUX : DES CHANGEMENTS ISSUS DES ASPECTS MATHÉMATIQUES

En maternelle et au cycle 2, les élèves ont travaillé essentiellement sur les quantités : ils ont compté des objets, les ont comparés, réunis ou ôtés, ils ont effectué un certain nombre d'opérations sur les entiers. Et ils ont compris que ces opérations (addition, soustraction, multiplication) donnent des résultats qui sont eux-mêmes des nombres entiers. Cette propriété n'est pas vérifiée pour la division.

Ils ont aussi comparé des grandeurs et commencé à mesurer des longueurs, des masses, voire des surfaces ou des volumes. Ils ont ainsi perçu cette notion de grandeur continue qui nécessite, pour des mesures plus précises bien qu'approximatives, des écritures faisant intervenir plusieurs unités (ex. : la table mesure 1 m et 14 cm).

Si les nombres rationnels ont été définis pour permettre à l'équation  $b \times \frac{a}{b} = a$ , (a et b étant des entiers avec b non nul) d'avoir toujours une solution, cette solution s'écrivant sous la forme d'une fraction d'entiers notée  $\frac{a}{b}$ , les élèves ont senti, dans ces activités de mesure, le besoin de partager l'unité donnée pour mieux approcher la grandeur.

\* BOLON Jeanne,  
*Comment les enseignants tirent-ils parti des recherches faites en didactique des mathématiques ? Le cas de l'enseignement des décimaux à la charnière école-collège*, thèse de sciences de l'éducation, université Paris V, Sorbonne, 1996.

## II

## LE CADRE INSTITUTIONNEL DE L'ENSEIGNEMENT DES FRACTIONS ET DES NOMBRES DÉCIMAUX

Outre les difficultés propres aux élèves, les enseignants répondent au cadre institutionnel : les programmes et les progressions annuelles auxquels ils sont tenus de se conformer.

### Les contraintes liées aux programmes de 2008 pour l'école

Les programmes d'enseignement 2008 de l'école primaire\* sont organisés autour d'une référence indispensable, le *Socle commun de connaissances et compétences* qui se décline en paliers et qui insiste sur la nécessité d'une continuité des savoirs à transmettre de l'école primaire à la fin de la scolarité obligatoire.

Ils forment ainsi un ensemble cohérent et continu avec ceux du collège et accordent au patrimoine scientifique une place privilégiée pour donner à l'élève une représentation cohérente du monde et lui permettre d'accéder à la compréhension de son environnement quotidien.

Au cycle 3, les programmes précisent :

- **Fractions simples et décimales** : écriture, encadrement entre deux nombres entiers consécutifs, écriture comme somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1, somme de deux fractions décimales ou de deux fractions de même dénominateur.
- **Nombres décimaux** : désignations orales et écritures chiffrées, valeur des chiffres en fonction de leur position, passage de l'écriture à virgule à une écriture fractionnaire et inversement, comparaison et rangement, repérage sur une droite graduée ; valeur approchée d'un décimal à l'unité près, au dixième près, au centième près.

En étudiant le document *Les Nombres au collège*\*, on peut observer que « si les écritures fractionnaires sont introduites dès le cycle 3 de l'école primaire, la notion de nombre rationnel n'est vraiment travaillée qu'au collège. À l'école primaire, les fractions sont introduites en vue d'aider à la compréhension des nombres décimaux : des fractions simples sont d'abord utilisées (dénominateur égal à 2, 3, 4...), mais ce sont les fractions décimales qui sont véritablement visées de façon à pouvoir interpréter le nombre décimal. Dans ce but, les fractions sont définies en référence au partage de l'unité, soit dans des situations de mesure (longueurs, aires...), soit dans des situations de repérage de points sur une ligne graduée régulièrement ».

De plus « les nombres décimaux constituent, après les entiers naturels, le deuxième type de nombres dont l'étude commence réellement à l'école primaire où ils sont généralement travaillés sur deux années, au CM1 et au CM2. La difficulté de leur apprentissage tient notamment au fait que celui-ci nécessite la compréhension de propriétés ou de techniques dont les unes sont en continuité et les autres en rupture avec celles des entiers naturels. Leur usage et leur intérêt résident d'une part dans la possibilité nouvelle qu'ils offrent pour exprimer la mesure des grandeurs, d'autre part de repérer davantage de points de la demi-droite graduée. Il est possible et nécessaire de faire prendre conscience aux élèves que les nombres décimaux ne permettent souvent que d'apporter une réponse approchée aux problèmes posés ».

### Les contraintes liées aux progressions

Les programmes de l'école élémentaire font un découpage en quatre grands domaines de l'enseignement des mathématiques, chacun permettant à l'élève d'enrichir ses connaissances, d'acquérir de nouveaux outils, et de continuer d'apprendre à résoudre des problèmes. Les fractions et les décimaux font partie du domaine « Nombres et calcul » et forment un sous-domaine à part entière. Ils sont également présents dans le sous-domaine « Calcul ».

Les compétences à développer dans le sous-domaine des fractions et des nombres décimaux sont :

#### CM1

##### Fractions

- **Nommer les fractions simples et décimales en utilisant le vocabulaire** : demi, tiers, quart, dixième, centième.



BO n° 3, juin 2008, Hors série.



*Les Nombres au collège, Ressources pour les classes de 6<sup>e</sup>, 5<sup>e</sup>, 4<sup>e</sup>, et 3<sup>e</sup> du collège, Éduscol, 2006.*

- Utiliser ces fractions dans des cas simples de partage ou de codage de mesures de grandeurs.

#### Nombres décimaux

- Connaître la valeur de chacun des chiffres de la partie décimale en fonction de sa position (jusqu'au  $\frac{1}{100}$ ).
- Savoir :
  - les repérer, les placer sur une droite graduée;
  - les comparer, les ranger;
  - les encadrer par deux nombres entiers consécutifs;
  - passer d'une écriture fractionnaire à une écriture à virgule et réciproquement.

#### Calcul

- Multiplier mentalement un nombre entier ou décimal par 10, 100, 1 000.
- Effectuer une addition et soustraction de deux nombres décimaux.
- Effectuer une multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier.

### CM2

#### Fractions

- Encadrer une fraction simple par deux entiers consécutifs.
- Écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.
- Ajouter deux fractions décimales ou deux fractions simples de même dénominateur.

#### Nombres décimaux

- Connaître la valeur de chacun des chiffres de la partie décimale en fonction de sa position (jusqu'au  $\frac{1}{1000}$ ).
- Savoir :
  - les repérer, les placer sur une droite graduée en conséquence;
  - les comparer, les ranger;
  - produire des décompositions liées à une écriture à virgule, en utilisant 10; 100; 1 000... et 0,1; 0,01; 0,001...
- Donner une valeur approchée à l'unité près, au dixième ou au centième près.

#### Calcul

- Consolider les connaissances et capacités en calcul mental sur les nombres entiers et décimaux.
- Diviser un nombre entier ou décimal par 10, 100, 1 000.
- Effectuer une addition, soustraction, multiplication de deux nombres entiers ou décimaux.
- Effectuer une division d'un nombre décimal par un nombre entier.

Pour répondre à l'ensemble des contraintes liées à l'enseignement des fractions et des nombres décimaux, les recherches disponibles en didactique des mathématiques sur cet enseignement sont apparues comme un moyen de répondre au défi de faire diminuer de façon importante le nombre d'élèves en difficulté dans l'apprentissage des fractions et des nombres décimaux.



## LES RECHERCHES EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

### Les fractions

Pour pouvoir construire un enseignement sur les fractions, il est utile tout d'abord de clarifier ce qu'est une fraction, ce qui n'est pas aussi aisé qu'on pourrait le penser. Les fractions renvoient à l'ensemble des nombres rationnels. Un nombre rationnel correspond au quotient de deux nombres entiers, quotient qui peut s'exprimer sous la forme d'une fraction commune ( $\frac{3}{4}$ ) ou d'une écriture décimale (0,75). L'ensemble des nombres rationnels constitue une extension de l'ensemble des nombres naturels (entiers positifs uniquement).

L'ensemble des éléments énoncés précédemment a ainsi amené les auteurs à établir une programmation sur les deux dernières années du cycle des approfondissements, commençant dès la première période du CM1 et permettant aux élèves de résoudre les situations de référence associées aux différentes notions de fractions et de nombres décimaux qui relèvent de l'école primaire. Ce temps d'enseignement est nécessairement long car il doit non seulement permettre aux élèves de savoir résoudre ces situations de référence mais aussi et surtout de savoir résoudre toutes les situations-problèmes issues de ces situations de référence.

Chaque séquence d'apprentissage correspond donc à la construction d'une procédure générique de résolution d'une situation de référence pour une ou deux notions liées aux fractions et aux nombres décimaux.

PROGRAMMATION	CM1	Période 1	Apprentissages préalables
		Période 2	Séquence 1 Fraction : rationnel-mesure dans le cadre géométrique
			Séquence 2 Fraction : rationnel-mesure dans le cadre graphique
		Période 3	Séquence 3 Fraction : rationnel-partage
			Séquence 4 Fraction décimale sous la forme de décimal-abscisse
	Période 4	Séquence 5 Nombre décimal sous la forme de décimal-abscisse	
		Séquence 6 Comparaison des nombres décimaux	
	Période 5	Séquence 7 Évaluation sommative : rationnel-mesure/rationnel-partage/ décimal-abscisse	
	CM2	Périodes 1 & 2	Séquence 8 Nombre décimal sous la forme de décimal-mesure
		Périodes 3 & 4	Séquence 9 Lien entre les fractions et la division
Période 5		Séquence 10 Évaluation sommative mettant en œuvre des problèmes autour des fractions et des nombres décimaux	

III<sup>e</sup> PARTIE

# La mise en œuvre pédagogique

# Séquence 2

## Fraction : rationnel-mesure dans le cadre graphique

## SÉQUENCE 2

### Fraction : rationnel-mesure dans le cadre graphique

### Compétences visées

#### CYCLE 3 : LES FRACTIONS SIMPLES ET DÉCIMALES

- Écriture.
- Encadrement entre deux nombres entiers consécutifs.
- Écriture comme somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.
- Somme de deux fractions décimales ou de deux fractions de même dénominateur.

#### CM1 : FRACTIONS

- Nommer les fractions simples et décimales en utilisant le vocabulaire : demi, tiers, quart, dixième, centième.
- Utiliser ces fractions dans des cas simples de partage ou de codage de mesures de grandeurs.

### Objectif de séquence

Construire un premier sens de la fraction : le rationnel-mesure, un nombre pour se repérer sur la demi-droite graduée et conduisant à la mesure.

ORGANISATION DE LA SÉQUENCE 2					
Fraction : rationnel - mesure dans le cadre graphique					
Parcours d'enseignement et itinéraires d'apprentissage de l'élève					
PROGRESSION DES SÉANCES →					
	SÉANCE 1	SÉANCE 2	SÉANCE 3	SÉANCE 4	SÉANCE 5
Type de situation	Situation d'apprentissage	Situation d'apprentissage	Situation d'entraînement	Situation de réinvestissement	Situation d'évaluation
Particularité	Changement de cadre d'étude : passage du cadre des mesures au cadre graphique : utilisation de la droite numérique.	Obligation d'utiliser les nombres fractionnaires.	Changement de support (feuille quadrillée) permettant de repérer précisément chaque point demandé.	Construction d'une demi-droite graduée. Travail par groupes.	
Activité mentale de l'élève	Étendre le sens des fractions : elles servent à situer des points sur une demi-droite graduée et à exprimer des distances. Donner aux fractions une relation d'ordre.	Institutionnaliser les fractions comme outil de mesure et de positionnement de points sur une demi-droite graduée.	Automatiser l'utilisation de la fraction comme outil d'approximation précise d'un point sur une demi-droite graduée.	Réinvestir la notion de fraction décimale sur une demi-droite graduée quelconque.	Situer des nombres fractionnaires sur une demi-droite graduée. Comparer des fractions.
Passerelle vers une autre séance		Séance 4	Séance 5		

# RATIONNEL-MESURE

## SÉANCE 4

### Type de séance

Situation  
de réinvestissement

### Niveau

d'enseignement

CM1

## Présentation de la situation

Il s'agit, dans cette séance, de réinvestir les connaissances et les compétences sur le rationnel-mesure dans le cadre déjà connu de la demi-droite graduée.

Par groupe de quatre, les élèves vont devoir construire une longue règle graduée allant de 0 à 10 et placer plusieurs points sur leur partie de règle.

## Objectifs

- \* Se rendre compte de l'importance du choix de l'unité.
- \* Harmoniser l'unité choisie pour réaliser la tâche demandée.
- \* Constater quelques égalités de fractions.

## Matériel

- Bande de papier quadrillé transparent sur laquelle un trait est dessiné.
- Ruban adhésif.

## Déroulement

L'enseignant distribue à chaque élève la bande de papier quadrillé. Aucune unité n'est donnée aux élèves.

### PHASE 1 ÉCRIT INDIVIDUEL

Le travail de chacun est de construire une partie de cette longue règle graduée et de placer quelques fractions sur la partie.

*Consigne : Par groupe, vous allez réaliser une règle graduée; chacun va construire un morceau. Pour permettre de coller la règle, chacun va devoir graduer une partie de la règle de son voisin.*

*Le premier élève doit graduer de 0 à 3 et placer les points  $\frac{2}{2}$ ,  $\frac{8}{4}$ ,  $\frac{4}{4}$ ; le deuxième graduer de 2 à 5 et placer les points  $\frac{4}{2}$ ,  $\frac{10}{5}$ ,  $\frac{20}{10}$  ... le troisième graduer de 4 à 7 et le quatrième de 6 à 10.*

L'enseignant choisit des fractions équivalentes dans les différents groupes.

### PHASE 2 TRAVAIL PAR GROUPES

Le travail de l'équipe est de coller les quatre portions de règle graduée pour la construire.

C'est une situation d'auto-évaluation puisque les élèves doivent remarquer d'eux-mêmes lors du collage qu'il faut avoir choisi la même unité. Deux points superposés doivent avoir le même repère numérique.

### PHASE 3 MISE EN COMMUN (ORAL COLLECTIF)

Lors de la mise en commun, les élèves remarquent :

- qu'il faut avoir choisi une même unité pour coller les portions de règle;
- qu'un même point peut être codé de différentes manières, caractéristique particulière des nombres fractionnaires;
- que si  $a$  est inférieur à  $b$ , alors  $\frac{a}{b}$  est inférieur à 1 et si  $a$  est supérieur à  $b$ , alors  $\frac{a}{b}$  est supérieur à 1.

### PHASE 4 STRUCTURATION (ÉCRIT INDIVIDUEL)

La droite graduée, réalisée lors de la structuration de la séance 2, pourra être complétée avec les remarques faites lors de la mise en commun.

# Séquence 10

## Évaluation sommative

## SÉQUENCE 10

### Évaluation sommative

### Présentation de la situation

Cette séquence constitue l'évaluation sommative de l'ensemble des apprentissages réalisés par les élèves sur les fractions et les nombres décimaux.

On considère que ces études se sont faites en parallèle, non seulement des différentes unités de mesure relevant des programmes de cycle 3 mais aussi des techniques opératoires. Il va donc s'agir ici de demander aux élèves de résoudre des situations concrètes mettant en œuvre les notions étudiées :

- la fraction vue comme un rationnel-mesure ;
- la fraction vue comme un rationnel-partage ;
- la fraction décimale ;
- le nombre décimal-mesure ;
- le nombre décimal-abscisse.

### Compétences évaluées

#### FRACTIONS

- Nommer les fractions simples et décimales en utilisant le vocabulaire : demi, tiers, quart, dixième, centième.
- Utiliser ces fractions dans des cas simples de partage ou de codage de mesures de grandeurs.
- Écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.
- Ajouter deux fractions décimales ou deux fractions simples de même dénominateur.

#### NOMBRES DÉCIMAUX

- Connaître la valeur de chacun des chiffres de la partie décimale en fonction de sa position (jusqu'au  $\frac{1}{10\,000}$ ).
- Passer d'une écriture fractionnaire à une écriture à virgule et réciproquement.
- Savoir :
  - les repérer, les placer sur une droite graduée en conséquence ;
  - produire des décompositions liées à une écriture à virgule, en utilisant 10 ; 100 ; 1 000... et 0,1 ; 0,01 ; 0,001...

### Matériel

- Feuille-élève 36.

### Déroulement

Il n'a pas été jugé nécessaire de spécifier les critères de réussite ni les éléments de différenciation puisqu'il s'agit d'une évaluation sommative. Mais le lecteur pourra se rapprocher des remarques faites dans la séquence 7 et qui demeurent valables dans cette séquence d'évaluation.

#### EXERCICES 1, 6 ET 17 : LE NOMBRE DÉCIMAL-ABSCISSE

- Quel nombre obtient-on lorsqu'on ajoute le chiffre des dizaines de 357,6 au chiffre des dixièmes de 912,05 ?
  - Quel nombre obtient-on lorsqu'on ajoute le chiffre des centièmes de 523,87 au chiffre des centaines de 71912 ?
  - Quel nombre faut-il retrancher à 17,5 pour obtenir 12 ?
  - En ajoutant vingt centièmes à un nombre, on obtient cinq dixièmes. Quel est ce nombre ?
  - En retranchant sept centièmes à un nombre, on obtient quatre dixièmes. Quel est ce nombre ?
- Écris sous la forme d'une fraction décimale les nombres suivants :

$$0,4 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$0,03 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$2,5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$1,45 = \underline{\hspace{2cm}}$$

17. Énoncé: Pour répondre à la question qui était posée à la fin d'un problème, Nathan a écrit le calcul exact suivant:  $(0,95 \times 3) + (0,85 \times 6) + 2,05 = 10$

Complète l'énoncé ci-dessous, à l'aide du calcul de Nathan.

À la boulangerie, Pauline achète \_\_\_\_\_ croissants à 0,85 euro l'un et trois baguettes à \_\_\_\_\_ euro pièce. Elle donne un billet de 10 € à la boulangère qui lui rend \_\_\_\_\_ euros.

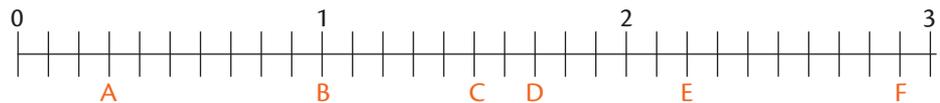
Voici une liste de questions. Coche la question qui a été posée à la fin de ce problème.

Combien a-t-elle dépensé à la boulangerie ?	
Quel est le prix des baguettes ?	
Quelle est la valeur du billet donné à la boulangère ?	
Quel est le prix des croissants ?	
Combien la boulangère rend-elle ?	

Nathan a-t-il bien répondu à la question posée? Sinon, que devrait-il écrire pour bien répondre à la question ?

**EXERCICE 2 : LA FRACTION VUE COMME UN RATIONNEL-MESURE/LA FRACTION DÉCIMALE**

Écris la fraction décimale qui correspond à chaque lettre.



A =            B =            C =            D =            E =            F =

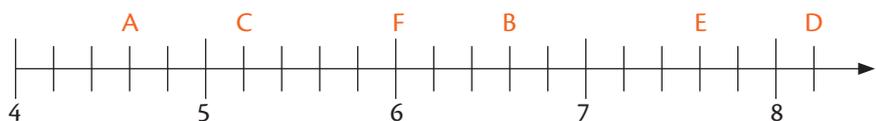
**EXERCICES 3 ET 4 : LE NOMBRE DÉCIMAL-MESURE**

3. Place les points suivants sur la droite graduée:

G = 5,2            H = 6,7            J = 7,5            K = 7,9            L = 8,1            M = 5,4



4. Écris à côté de chaque lettre le nombre décimal qui correspond à ce point:



A =            B =            C =            D =            E =            F =

Donne les mesures des segments suivants et range-les dans l'ordre croissant. Attention, certains segments peuvent être égaux.

[AC] =            [BE] =            [ED] =            [CF] =            [FE] =            [CB] =            [FD] =

**EXERCICE 5 : LA FRACTION DÉCIMALE**

Écris sous la forme d'un nombre décimal les fractions suivantes:

$\frac{2}{10} =$

$\frac{25}{100} =$

$\frac{8}{100} =$

$\frac{37}{10} =$

# Table des matières

Préface .....	3
Introduction.....	5
<b>Première partie : Les fondements théoriques et institutionnels .....</b>	<b>7</b>
<b>I Les difficultés des élèves .....</b>	<b>8</b>
La permanence des difficultés.....	8
Le repérage des difficultés.....	8
<b>II Le cadre institutionnel de l'enseignement des fractions et des nombres décimaux ...</b>	<b>11</b>
Les contraintes liées aux programmes de 2008 pour l'école.....	11
Les contraintes liées aux progressions .....	11
<b>III Les recherches en didactique des mathématiques .....</b>	<b>12</b>
Les fractions.....	12
Les nombres décimaux.....	13
<b>Deuxième partie : La démarche proposée .....</b>	<b>17</b>
<b>I Programmation.....</b>	<b>18</b>
<b>II La question des techniques opératoires .....</b>	<b>19</b>
<b>III Progression.....</b>	<b>19</b>
Le temps de l'enseignement .....	19
Le temps de l'apprentissage .....	21
<b>Troisième partie : La mise en œuvre pédagogique .....</b>	<b>24</b>
<b>Apprentissages préalables .....</b>	<b>26</b>
<b>I Séquence 1 : Fractions : rationnel-mesure dans le cadre géométrique .....</b>	<b>27</b>
<b>II Séquence 2 : Fraction : rationnel-mesure dans le cadre graphique .....</b>	<b>45</b>
<b>III Séquence 3 : Fraction : rationnel-partage.....</b>	<b>59</b>
<b>IV Séquence 4 : Fraction décimale sous la forme de décimal-abscisse .....</b>	<b>73</b>
<b>V Séquence 5 : Nombre décimal sous la forme de décimal-abscisse .....</b>	<b>89</b>
<b>VI Séquence 6 : Comparaison de nombres décimaux .....</b>	<b>105</b>
<b>VII Séquence 7 : Évaluation sommative .....</b>	<b>117</b>
<b>VIII Séquence 8 : Nombre décimal sous la forme du décimal-mesure.....</b>	<b>123</b>
<b>IX Séquence 9 : Lien entre les fractions et la division .....</b>	<b>141</b>
<b>X Séquence 10 : Évaluation sommative.....</b>	<b>159</b>



# Fractions et nombres décimaux

En dehors de ce qui relève des traditionnels quartiers de tarte, la compréhension des fractions par les élèves constitue une difficulté récurrente tant à l'école primaire qu'au collège.

Cet ouvrage prend le contre-pied des habitudes qui considèrent l'enseignement des nombres décimaux plus abordable que celui des fractions. Il propose une démarche très progressive permettant de confronter les élèves à des problèmes concrets de mesure de longueurs puis de surfaces, les obligeant à se fabriquer des outils nouveaux. Des changements de cadre, qu'ils soient géométrique, graphique, numérique, développent ainsi une connaissance plus complète et plus sûre des fractions et des nombres décimaux.

Pour que les élèves se fassent une bonne représentation de ces nouveaux nombres aux propriétés en totale rupture avec les connaissances installées préalablement autour des nombres entiers, l'enseignant trouvera pour chacune des séquences des situations d'apprentissage détaillées.

Pour faciliter l'utilisation de cet ouvrage, des documents sont mis à disposition à l'adresse [http://www.cndp.fr/collection/outils-pour-cycles/fractions\\_c3/](http://www.cndp.fr/collection/outils-pour-cycles/fractions_c3/) :

- des exercices d'entraînement et de réinvestissement ;
- une évaluation critériée et différenciée pour vérifier la compréhension des différentes notions et faciliter l'aide à apporter aux éventuelles difficultés persistantes.



La collection « Outils pour les cycles » propose aux enseignants des outils concrets, directement utilisables, permettant la nécessaire réflexion sur les pratiques pédagogiques et leurs effets, dans le cadre des cycles à l'école primaire.

Directeur de collection : Philippe Courbois

**Outils**  
pour  
les **cycles**

22 €

Réf. : 590CY028

ISSN : 1624-2467

ISBN : 978-2-86623-565-9

