SCIENCES

Maths au lycée au Palais de la découverte

INTRODUCTION

Ce DVD s'adresse bien sûr à tout curieux des mathématiques mais il est directement destiné à être utilisé par un professeur de lycée, dans sa classe. Il s'apparente à un voyage dont les différentes escales sont des expérimentations menées au Palais de la découverte par Pierre Audin, médiateur scientifique au département Mathématiques de cet établissement. Les questions qui y sont abordées ont traversé les mathématiques à travers les âges. En géométrie : qu'est-ce qu'une longueur ? Une aire ? Y a-t-il un salut en dehors de la géométrie euclidienne ? En analyse : qu'est-ce que l'infini ? Que sont les ensembles de nombres ? Comment comparer ? Comment est apparu π et comment a-t-il évolué ?
Ce voyage nous transporte auprès de grands mathématiciens, d'Ahmès ou Pythagore de Samos, jusqu'à Benoît Mandelbrot ou Adrien Douady. Par cette approche originale et motivante, complémentaire d'autres démarches, il est possible par exemple, dès la 2de, de construire des polygones puis de mener un calcul trigonométrique classique en refaisant la manipulation d'Archimède. En Tle, d'aborder l'ensemble de Mandelbrot avec les complexes.
Puissent ce DVD et son livret d'accompagnement pédagogique donner ou redonner le goût de faire des mathématiques reliées à l'histoire et à l'expérimentation !

RÉFÉRENCES AUX PROGRAMMES

Voici un extrait de l'introduction de l'arrêté du 10 juillet 2001 concernant la classe de 2de : « [...] l'élève doit pouvoir prendre le temps de faire des mathématiques, de bâtir un ensemble cohérent de connaissances et d'accéder au plaisir de la découverte et à l'expérience de la compréhension. »
Les programmes actuels insistent par ailleurs sur l'utilisation des TICE dans l'enseignement des mathématiques et sur l'importance de l'épistémologie de l'histoire des mathématiques : « Les élèves doivent prendre conscience du fait que les mathématiques sont une discipline vivante, fruit du labeur et du génie de nombreux individus : connaître au moins le nom de quelques-uns d'entre eux et la période à laquelle ils ont vécu fait partie intégrante du bagage culturel de tout élève ayant une formation scientifique. » (*BO*, hors série n° 7, 31 août 2000, vol. 5)
C'est dans cet esprit que ce DVD a été élaboré.
Plusieurs séquences peuvent être utilisées dès la 2de :
– « Les polyèdres », et en particulier les polyèdres réguliers, ou solides de Platon, font partie des « thèmes d'étude » du programme de 2de ;
– « Longueurs et aires » donne une méthode d'approximation de π et propose un puzzle ;
– « Euclide et compagnie » recadre la géométrie enseignée au collège et relance le théorème de Thalès ;
– « Les ensembles de nombres » introduisent N, Z, Q, R.
Tous ces thèmes peuvent être approfondis en classes de 1re et Tle.
« Minimax », « L'infini », « Les ensembles de nombres », « Itérations » concernent davantage les élèves de 1re et Tle.
Le livret d'accompagnement du DVD propose des pistes d'utilisation non exhaustives.

ARBORESCENCE

CLIP D'INTRO → **Mathématiques au Palais de la découverte**
- Géométrie
- Algèbre, analyse
- Mathématiciens

GÉOMÉTRIE
- Les polyèdres
- Longueurs et aires
- Euclide et compagnie

Les polyèdres
- Le film
- Les séquences

Introduction
Polyèdres réguliers
Polyèdres semi-réguliers
Polyèdres bizarres

Longueurs et aires
- Le film
- Les séquences

Introduction
Le papyrus d'Ahmès
La méthode d'Archimède
Du périmètre du cercle
à l'aire du disque
Paradoxe !

Euclide et compagnie
- Le film
- Les séquences

Introduction
Les demandes d'Euclide
Le triangle sur la sphère
Le triangle sur le plan
hyperbolique
Le problème du jardinier

ALGÈBRE, ANALYSE
- Minimax
- L'infini
- Les ensembles de nombres
- Itérations

Minimax
- Le film
- Les séquences

Introduction
Plus court ou plus rapide ?
La méthode de Bernoulli
Calculs
Surfaces minimales

L'infini
- Le film
- Les séquences

Introduction
Cantor et raison
L'infini dynamique
L'impossibilité du mouvement
Séries de calculs, calculs
de séries

Les ensembles de nombres
- Le film
- Les séquences

Introduction
Qu'est-ce qu'un nombre ?
Mise en ordre
La théorie des groupes
De Q à R
Qu'est-ce qu'on gagne,
qu'est-ce qu'on perd ?

Itérations
- Le film
- Les séquences

Introduction
Élévation au carré
Les ensembles de Mandelbrot
et Julia

MATHÉMATICIENS
- Ahmès
- Pythagore de Samos
- Zénon d'Élée
- Platon
- Euclide d'Alexandrie
- Archimède de Syracuse
- Jacques Bernoulli
- Leonhard Euler
- Augustin Louis Cauchy
- Nicolaï Ivanovitch Lobatchevski
- Évariste Galois
- Georg Cantor
- Henri Poincaré
- David Hilbert
- Benoît Mandelbrot
- Adrien Douady

GÉOMÉTRIE

Les polyèdres

Les cinq polyèdres convexes réguliers ou solides de Platon :
– le cube ou hexaèdre qui symbolise la terre ;
– l'octaèdre qui symbolise l'air ;
– le tétraèdre qui symbolise le feu ;
– le dodécaèdre qui symbolise l'univers ;
– l'icosaèdre qui symbolise l'eau.
N.B. Se reporter à la biographie de Platon, p. 13.

POLYÈDRES RÉGULIERS

Formule d'Euler : $F - A + S = 2$, démontrée par Euler en 1752.
Dualité des polyèdres : le nombre de faces d'un polyèdre régulier est le nombre d'arêtes de son dual. Ainsi, le tétraèdre est son propre dual, le dual du cube est l'octaèdre, le dual de l'icosaèdre est le dodécaèdre.
N.B. Se reporter à la biographie de Leonhard Euler, p. 15.

Pistes d'utilisation

• Demander aux élèves de 2de d'apporter des spaghettis (non cuits) et de la colle, et faire construire en classe les cinq polyèdres de Platon.
• Faire retrouver la formule $F - A + S = 2$.
• Utiliser la formule d'Euler pour terminer la démonstration qu'il ne peut y avoir que cinq polyèdres convexes réguliers. Les faces sont des polygones réguliers tous identiques à n côtés, deux faces par arête, k faces par sommet : on peut exprimer le nombre d'arêtes A et le nombre de sommets S en fonction du nombre de faces F et des nombres n et k, et si on applique la formule d'Euler, on trouve que n ne peut pas être égal ou supérieur à 7. En examinant les cas où $n = 6$, $n = 5$, $n = 4$ et $n = 3$, on obtient à chaque fois les seules valeurs de k qui conviennent, et finalement seulement cinq polyèdres possibles.
• En lien avec le cours de philosophie, faire connaître aux élèves les idées de Platon et de l'école platonicienne.

POLYÈDRES SEMI-RÉGULIERS

Ils sont dits aussi archimédiens.
Le C60 est très célèbre : c'est le ballon de football.
N.B. Se reporter à la biographie d'Archimède, p. 14.

Piste d'utilisation

• Créer un petit atelier de construction de polyèdres semi-réguliers en carton.

POLYÈDRES BIZARRES

Bizarres, certes ils le sont. On s'attend à ce que depuis l'Antiquité, on ait eu le temps de faire le tour des polyèdres, de tout savoir sur eux. En fait, au fil du temps, en changeant d'angle d'attaque ou de point de vue, on découvre de nouvelles propriétés sur les polyèdres. Enfin et surtout, seuls les spécialistes peuvent se douter de la richesse d'un tel sujet : il est donc facile de se laisser surprendre par ces propriétés qui semblent « bizarres ».

Pistes d'utilisation

• Refaire la manipulation en classe.

• Avec douze pailles emballées dans du papier (on ne les sort pas de leur papier) on peut essayer de fabriquer un cube. Mais il n'est pas rigide. Il faut rajouter des « barres » : lesquelles ? Des diagonales de faces ? Des diagonales du cube ? Quel est le minimum de barres qui permette de rigidifier l'objet sous la forme d'un cube ?

• Avec des spaghettis de deux tailles différentes, deux longueurs et deux largeurs permettent de faire un rectangle, mais ce dernier n'est pas rigide, surtout si on le prend dans l'espace. Sur ce rectangle, on construit une pyramide avec deux largeurs et deux longueurs (le sommet de la pyramide n'est pas à la verticale du centre du rectangle). Si on ajoute en dessous une deuxième pyramide, l'ensemble devient rigide. Mais si on recommence la construction en mettant les deux pyramides du même côté du rectangle, on voit bien que l'ensemble peut bouger. Dans les deux cas, on a fabriqué un polyèdre filiforme, dont les faces ne sont pas matérialisées. Dans le second cas, on a un polyèdre dont les faces se traversent, ce qui n'est pas idéal. Cependant, l'expérience permet de comprendre qu'un échafaudage n'est pas obligatoirement rigide (se reporter au cas de la catastrophe de Furiani), et aussi qu'en fabriquant des polyèdres avec de véritables faces, on peut obtenir des structures qui bougent : on les appelle les polyèdres flexibles.

Longueurs et aires

On est dans la salle π du Palais de la découverte, salle dont le plafond est hémisphérique et où les décimales de π s'égrènent en spirales, ce qui prouve que π n'est pas seulement 3,14 ; $\pi = P/D$.

On peut donc calculer π à partir du périmètre P et du diamètre D de n'importe quel cercle.

LE PAPYRUS D'AHMÈS

Ce n'est pas encore le nombre π, mais c'est déjà la première trace de formule sur le « rond », qui permet d'évaluer l'aire d'un disque. Il sera possible de procéder à une vérification expérimentale de la formule empirique donnée par Ahmès.
N.B. Se reporter à la biographie d'Ahmès, p. 12.

Piste d'utilisation

• En classe de 2de, refaire la manipulation.

LA MÉTHODE D'ARCHIMÈDE

Archimède, le premier, traite π comme un nombre : $\pi = P/D$.
La question est d'évaluer le périmètre P.
Archimède à deux idées brillantes : l'itération et l'encadrement.
Il arrive à l'encadrement suivant de π : $3 + \frac{10}{71} < \pi < 3 + \frac{10}{70}$.

N.B. Se reporter à la biographie d'Archimède, p. 14.

Piste d'utilisation

• Refaire la manipulation d'Archimède pour un polygone à douze côtés et faire les calculs des longueurs des côtés, ce qui introduira un peu de trigonométrie et de travail sur les suites géométriques. Cela peut être fait dès la 2de, puisqu'on peut travailler sur des suites géométriques sans les connaître (tout comme M. Jourdain faisait de la prose sans le savoir). On peut commencer par l'hexagone inscrit et le carré circonscrit : on encadre π par $6R/D$ et $4D/D$, donc par 3 et 4.

DU PÉRIMÈTRE DU CERCLE À L'AIRE DU DISQUE

Petite manipulation de partage, qui conduit à $S=\pi R^2$.

PARADOXE : UN PROBLÈME DE PUZZLE

Attention : l'expérimentation est parfois trompeuse et ne remplace pas la démonstration.

Pistes d'utilisation

• Réfléchir sur les notions d'intuition et d'expérimentation, qui peuvent déboucher sur l'idée d'une démonstration.
• On peut proposer de faire l'expérience de Lewis Carroll, qui découpe un carré de 8×8 et l'assemble en un rectangle de 5×13, avec une feuille quadrillée et une paire de ciseaux.

Euclide et compagnie

Les *Éléments* d'Euclide ont servi de manuel de géométrie jusqu'au XIXe siècle.
N.B. Se reporter à la biographie d'Euclide, p. 13.

LES DEMANDES D'EUCLIDE

Les quatre premières demandes énoncées dans le DVD sont explicites. La cinquième, elle aussi énoncée dans le DVD, est plus complexe et conduit au théorème de Pythagore.
N.B. Se reporter à la biographie de Pythagore, p. 12.

Pistes d'utilisation

• Selon leur niveau, proposer aux élèves une démonstration du théorème de Pythagore.
• Faire réfléchir les élèves sur la démarche d'Euclide : axiome, démonstration, théorème, et qui est toute différente de celle des Égyptiens, adeptes d'une démarche empirique.

LE TRIANGLE SUR LA SPHÈRE

Coupons un triangle sur la peau d'une orange. On obtient un « triangle sphérique » qui n'est plus une surface plane. Le théorème de Pythagore ne peut plus s'appliquer à l'orange, car la somme des angles d'un triangle n'est plus exactement égale à 180°, mais à 180° et plus.
Démonstration de cette affirmation.

Piste d'utilisation

• Demander aux élèves d'apporter une orange, ou mieux un pamplemousse, et un feutre. Refaire la démonstration de la somme des angles d'un triangle sphérique.

LE TRIANGLE DANS LE PLAN HYPERBOLIQUE

Pendant deux millénaires, les mathématiciens ont essayé en vain de démontrer la cinquième demande d'Euclide à partir des quatre premières.
En 1830, Lobatchevski imagine une géométrie où, par un point extérieur à une droite, il passe plusieurs parallèles à cette droite. Cette géométrie est tout aussi cohérente que celle d'Euclide, d'où la démonstration par l'absurde que la cinquième demande ne se déduit pas des quatre autres.
N.B. Se reporter aux biographies de Nicolaï Ivanovitch Lobatchevski et d'Henri Poincaré, p. 16 et p. 18.

Pistes d'utilisation

• Dans des classes motivées en mathématiques, refaire la séquence précédente.
• Demander aux élèves de faire une recherche sur Lobatchevski et Poincaré.

LE PROBLÈME DU JARDINIER

Petit problème à essayer de résoudre en classe : peut-on planter des choux qui ne soient pas tous alignés, mais de telle sorte que deux d'entre eux soient toujours alignés avec au moins un autre ? Peut-on se contenter de planter un nombre fini de choux ? Et si oui, combien ? Y a-t-il une différence de traitement entre le plan et la sphère lorsque l'on cherche à répondre à ces questions ?

Pour en savoir plus

– AUDIN Pierre, « Planter des Choux », problème ludique sur le site du Palais de la découverte : www.palais-decouverte.fr/index.php?id=841.

ALGÈBRE, ANALYSE

Minimax

Dans la mythologie grecque, Didon, en latin *Dido*, est la fondatrice légendaire de Carthage. En fuite, elle se réfugie à Byrsa (mot qui signifie « la peau d'un bœuf ») et demande une terre d'asile aux autochtones. Ceux-ci lui donnent, par dérision, « autant de terre qu'elle pourrait en faire tenir dans la peau d'un bœuf » (VIRGILE, *Énéide* 1 et 4).

Piste d'utilisation

• Faire réaliser par les élèves, avec une feuille de papier et des ciseaux, une découpe de la feuille en fines lanières, ce qui conduira à une réflexion sur les notions de plus petit et de plus grand.

PLUS COURT OU PLUS RAPIDE ?

Comme tout le monde le sait, le plus court chemin entre deux points est la ligne droite. Mais est-ce le plus rapide ?

LA MÉTHODE DE BERNOULLI

C'est l'une des expérimentations menées au Palais de la découverte : on compare le temps de parcours sur un segment de droite, deux segments successifs, un tronçon de cycloïde.

N.B. Se reporter à la biographie de Jacques Bernoulli, p. 14.

CALCULS

Piste d'utilisation (Tle S)

• Dans une classe motivée, l'enseignant pourra mettre en place les calculs et les poursuivre avec un ordinateur.

SURFACES MINIMALES

Observation des bulles de savon.

Piste d'utilisation

• Suggérer aux élèves de refaire chez eux des expérimentations. Matériel : eau + savon. Plonger divers contours en fil de fer dans l'eau savonneuse, dont au moins un avec un fil à coudre qui vient en remplacement d'un bout de fil de fer. Observer l'action de la tension superficielle.

L'infini

Pour faire comprendre la différence entre un ensemble fini et un ensemble infini, le mathématicien David Hilbert raconte cette histoire d'un hôtel qui aurait une infinité de chambres et donc ne serait jamais complet. Il existe une bijection des nombres entiers sur les nombres pairs.

Piste d'utilisation

• Faire construire par les élèves une bijection des nombres entiers sur les nombres impairs et une bijection des nombres entiers relatifs sur les nombres entiers.

CANTOR ET RAISON

R n'est pas dénombrable.

N.B. Se reporter à la biographie de Cantor, p. 17.

Pistes d'utilisation

• L'enseignant peut susciter les questions :

– Q est-il dénombrable ? ;

– Card R^2 = Card R ? ;

– existe-t-il une bijection entre deux segments ? Entre un demi-cercle et une droite (retour à la fonction tangente) ?...

• Il peut élargir le sujet en parlant de la puissance du continu.

• Il peut aussi manipuler une infinité de décimales pour montrer qu'il y a autant de points dans un carré que sur un de ses côtés.

On peut établir une bijection entre [0,1] et [0,1] x [0,1] de la façon suivante : un nombre de [0,1] étant donné, on en fabrique un autre avec les décimales impaires (il servira d'abscisse) et un autre avec les décimales paires (il servira d'ordonnée). Réfléchir au cas de 0,19491959992969593959... (les décimales de rang pair sont toutes des 9).

L'INFINI DYNAMIQUE

Faire une infinité de calculs ou d'actions a-t-il un sens ? Et lequel ?

Pistes d'utilisation

• Faire imaginer aux élèves des situations similaires.

• On ne peut se permettre les mêmes règles de calcul que dans le cas fini. Par exemple :

$1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + 7 - 8 + 9 - 10 + \dots$

$(1 - 2) + (3 - 4) + (5 - 6) + (7 - 8) + (9 - 10) + \dots$

$1 + (- 2 + 3) + (- 4 + 5) + (- 6 + 7) + (- 8 + 9) + (- 10 + \dots$

$(1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \dots) - (2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \dots)$

L'IMPOSSIBILITÉ DU MOUVEMENT

L'un des paradoxes de Zénon d'Élée les plus connus est le suivant : $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \dots = ?$

N.B. Se reporter à la biographie de Zénon d'Élée, p. 13.

Pistes d'utilisation

• En T^le^, réfléchir à la question avec le professeur de philosophie.

• Faire calculer : $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n}$

• Étudier avec les élèves d'autres paradoxes de Zénon (Achille et la tortue, le stade, la flèche).

SÉRIES DE CALCULS, CALCULS DE SÉRIES

L'empilement de briques est-t-il possible à l'infini ? $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \ldots$ converge-t-il ?

Pistes d'utilisation

• En 1re : calcul des barycentres et du décalage de $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \ldots$
avec comme unité de longueur la demi-brique.
• En Tle, après l'étude du logarithme, relier $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \ldots$
avec la fonction logarithme népérien.

Pour en savoir plus

– Dhombres Jean, *Nombre, Mesure et Continu : épistémologie et histoire*, CEDIC, Nathan, 1978.
– Guedj Denis, *Villa des hommes : roman*, Robert Laffont, 2007.
– Bourbaki Nicolas, *Éléments d'histoire des mathématiques* (1960), Masson, 1995.

Les ensembles de nombres

Différence entre un nombre et un numéro de téléphone.

QU'EST-CE QU'UN NOMBRE ?

Les ensembles N, D, Q, R.
Les entiers négatifs ne sont apparus qu'au Moyen Âge, alors que l'on manipulait des irrationnels positifs dès l'Antiquité.

Pistes d'utilisation

• Classer des nombres dans N, Z, D, Q, R (dès la classe de 2de).
• Introduire l'histoire du zéro.

MISE EN ORDRE

Qui était Évariste Galois ?
N.B. Se reporter à la biographie d'Évariste Galois, p. 17.
La théorie des groupes : il s'agit ici du groupe des transformations qui conservent un triangle équilatéral.

Piste d'utilisation

• L'enseignant peut faire construire d'autres tables de groupe ; il peut introduire les notions d'élément neutre, d'élément symétrique, de commutativité.

Pour en savoir plus

– Seife Charles, Coqueret Catherine (trad.), *Zéro : la biographie d'une idée dangereuse*, J.-C. Lattès, 2002.

DE Q À R

Le passage est analytique et non algébrique : il a été mis au point par Cauchy.

N.B. Se reporter aux biographies de Louis Cauchy et de Cantor, p. 16 et p. 17.

Piste d'utilisation

• Démontrer que Q est dénombrable et que R ne l'est pas.

QU'EST-CE QU'ON GAGNE ? QU'EST-CE QU'ON PERD ?

On peut utiliser cette séquence pour introduire les complexes.

Itérations

Qu'est-ce qu'itérer ?

Exemple du pendule avec aimant : « itération » de l'action de la pesanteur et du magnétisme, mais grande sensibilité aux conditions initiales (position et vitesse).

ÉLÉVATION AU CARRÉ

Itération de $z \rightarrow z^2 + c$. Cas particulier où $c = 0$: cas critique $|z| = 1$.

Pistes d'utilisation (T^{le} S)

• Construire pour $c = 0$ les dix premiers termes sur le cahier ou à l'aide d'un ordinateur. On envisagera les trois cas : $|z_0|<1, |z_0|=1, |z_0|>1$

• Chercher des z_0 tels que $|z_0|=1$ et de façon à ce que la suite des z_n parcoure les sommets d'un polygone régulier (triangle, carré…).

LES ENSEMBLES DE MANDELBROT ET JULIA

Simulations à l'ordinateur de $z \rightarrow z^2 + C$.

Piste d'utilisation (T^{le} S)

• À propos des ensembles de Mandelbrot, faire construire la fractale la plus simple : la courbe de Von Koch. Faire réfléchir au fait que cette courbe a une longueur infinie, bien qu'inscrite dans un cercle de longueur finie.

N.B. Se reporter aux biographies de Benoît Mandelbrot et d'Adrien Douady, p. 19.

LES MATHÉMATICIENS

Ahmès

Prêtre et scribe égyptien (–1650), Ahmès (littéralement, « né de la lune ») a rédigé une partie du papyrus Rhind. Il y précise qu'il recopie des résultats datant alors de deux cents ans, remontant aux Babyloniens. Ahmès y laisse entendre qu'il se serait simplement contenté de recopier des calculs ; on ne sait si la valeur approchée de π, dont il est notamment question, est ou non un apport de sa part. Actuellement conservé au British Museum (Londres), ce papyrus est le plus important document nous informant sur les connaissances mathématiques des anciens Égyptiens. L'auteur de ce célèbre papyrus ne s'est pas identifié, contrairement à Ahmès, seul « mathématicien » connu de toute l'Antiquité égyptienne, et dont on ne sait en réalité que très peu de choses.

Pour en savoir plus

– www.reunion.iufm.fr/recherche/irem/histoire/ahmes.htm

Pythagore de Samos

Pythagore est mathématicien, astronome, savant et philosophe grec. Sa vie très longue (de –580 à –490) est devenue une légende, mais, tout comme son œuvre, elle est très mal connue. Sa venue au monde, à Samos, aurait été annoncée à son père par la Pythie, d'où son nom. Pythagore entreprend des voyages en Perse, Crète, Égypte. Il est exilé politique à Crotone (Italie), où il fonde une école. Il meurt très vieux à Métaponte, et son école « la Fraternité » durera plus d'un siècle. Son enseignement n'est connu que par les écrits de ses disciples et par la tradition orale.

Les pythagoriciens croient à la toute-puissance du nombre qui régit l'univers. Ils pensent que la terre est ronde, car, pour eux, le solide le plus parfait est la sphère. Le théorème qui porte le nom de Pythagore était utilisé avant lui par les Égyptiens pour construire un angle droit en utilisant une corde à nœuds (longueurs des côtés 3 et 4, longueur de l'hypoténuse 5). Cependant, Pythagore aurait été le premier à le démontrer – on raconte que, pour célébrer cette démonstration, il fit une hécatombe (sacrifice de cent bœufs).

Pour en savoir plus

– Casiro Francis, Deledicq André, *Pythagore & Thalès*, ACL, éditions du Kangourou, coll. « Maths pour tous », 1998.
– Chardak Henriette, *L'Énigme Pythagore*, Presses de la Renaissance, 2007.
– Chardak Henriette, « Pythagore, l'oublié de l'héliocentrisme », *Ciel & Espace*, n° 454, mars 2008.
– Vitrac Bernard, « Les Géomètres de la Grèce antique », *Les Génies de la Science*, n° 21, Pour la Science, novembre 2004.

Zénon d'Élée

Philosophe grec de l'école d'Élée, né vers – 490, Zénon est le premier grand mathématicien sceptique. Il est le disciple de Parménide. Aristote, qu'il rencontre à Athènes, lui attribue l'art de la dialectique. Il est en effet devenu célèbre pour ses paradoxes qui établissent l'impossibilité du mouvement. Les plus connus d'entre eux sont Achille et la tortue, la dichotomie, la flèche, le stade.
Il est arrêté pour avoir pris part à un complot contre le tyran Nearchus. Une version raconte que, sommé de donner le nom de ses complices, il donne ceux des proches du tyran, signant ainsi son arrêt de mort.

Platon

Il s'appelle Aristoclès, et prend le nom de Platon (de *platus* : large) car large était son front. La vie de Platon (– 428 à – 348) est mal connue ; il est difficile de distinguer la réalité de la légende.
Sa rencontre, à l'âge de vingt ans, avec Socrate, est déterminante. Il côtoie Socrate pendant huit ans, jusqu'à ce que le gouvernement d'Athènes oblige ce dernier à boire la ciguë. Il voyage alors en Égypte, en Libye, en Italie et revient à Athènes où il fonde une école, l'Académie, où sont enseignées la philosophie, la biologie, l'astronomie, les mathématiques. Il y enseignera jusqu'à sa mort, à l'âge de quatre-vingts ans, et cette école lui survivra pendant cinq siècles.
Son œuvre immense comprend notamment vingt-huit dialogues authentiques, des lettres, des livres. Tout collégien a entendu parler des solides de Platon, tout lycéen des dialogues de Platon, tout amant timide des relations platoniques.
Platon pense que la théorie est supérieure à la pratique : « La connaissance des mots conduit à la connaissance des choses. » Par exemple, en mathématiques, il distingue le cercle comme ensemble de points équidistants d'un même point, de sa représentation graphique.

Pour en savoir plus

– Platon, *Œuvres complètes*, Gallimard, coll. « Bibliothèque de la Pléiade », 1940 (2 tomes).

Euclide d'Alexandrie

Nous connaissons peu la vie du mathématicien grec Euclide (– 325 à – 265). De son abondante œuvre, qui nous est partiellement parvenue, les *Éléments de géométrie* (13 volumes) ont été la base de l'enseignement de la géométrie dans les mathématiques élémentaires jusqu'au XIXe siècle.
Sa démarche est moderne : il part d'axiomes pour en déduire des théorèmes, à l'aide de démonstrations. La cinquième demande (ou axiome) – « par un point extérieur à une droite il passe une seule droite parallèle à cette droite » – fonde toute la géométrie dite euclidienne, celle qui est encore enseignée aux élèves.

À partir du XIX^{e} siècle, d'autres géométries tout aussi cohérentes sont construites :
– celle de Lobatchevski (par un point peuvent passer plusieurs droites parallèles à une même droite) ;
– celle de Riemann (par un point il ne passe aucune droite parallèle à une droite).

Archimède de Syracuse

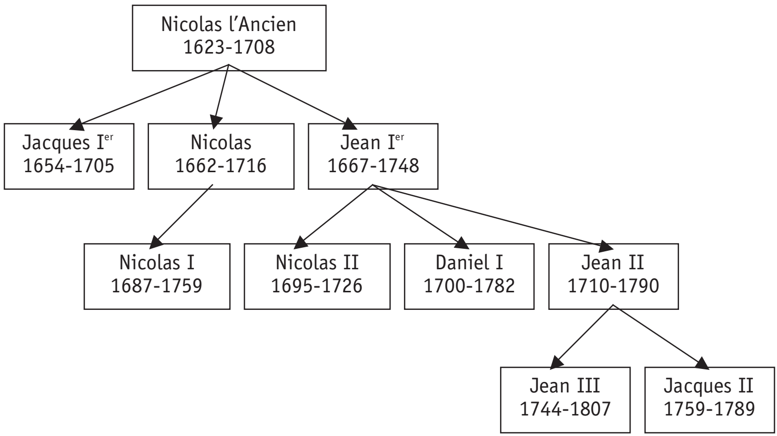
Archimède est un grand scientifique, physicien, mathématicien, ingénieur, dont la vie (– 287 à – 212) est mal connue.
Il détermine, à l'aide de polygones réguliers, un encadrement de π compris entre 3 + 10 / 71 et 3 + 10 / 70. Il étudie les coniques ainsi que la spirale qui porte son nom. Le théorème d'Archimède est l'un des principes fondamentaux de l'hydrostatique : « Tout corps plongé dans un liquide subit une poussée verticale, dirigée de bas en haut, égale au poids du fluide déplacé et appliquée au centre de gravité de ce fluide déplacé. » Pour ce phénomène, on parle couramment de la « poussée d'Archimède ».
Tout élève connaît le célèbre « eurêka ! », crié par Archimède, sortant de son bain et courant nu dans les rues, exultant d'avoir trouvé la solution. Tout honnête homme connaît son non moins fameux « Donnez-moi un point d'appui et un levier et je soulèverai la terre ».
Lors de l'attaque de Syracuse par les Romains, il aurait mis au point un système de miroirs pour enflammer leur flotte. Quand les Romains finissent par envahir Syracuse, Archimède est sur la plage, occupé à faire des tracés géométriques. « Ne dérange pas mes cercles », dit-il au soldat venu l'aborder. Celui-ci le transperce immédiatement de son épée.
Sur la tombe d'Archimède est gravée, selon ses vœux, l'épitaphe : « Le rapport des volumes d'une sphère et d'un cylindre, si la sphère est tangente au cylindre par la face latérale et les deux bases, est égal à deux tiers. »

Pour en savoir plus

- VITRAC Bernard, « Les Géomètres de la Grèce antique », *Les Génies de la Science*, n° 21, Pour la Science, novembre 2004.
- www.crdp.ac-rennes.fr/crdp_dossiers/dossiers/archimede/accueil.htm : Archimède sur le site du CRDP de Rennes.

Jacques Bernoulli

Dit Jacques I^{er}, il fait partie d'une nombreuse famille de mathématiciens et physiciens suisses. Très souvent, à tort en mathématiques, on utilise le nom de Bernoulli sans préciser le prénom, alors que les Bernoulli forment une grande famille de mathématiciens sur quatre générations.
Ami d'Euler, Jacques I^{er} est le père du calcul intégral : il met en place les fonctions exponentielles, il étudie la chaînette, la lemniscate, la cycloïde, les



équations différentielles, et résout le problème des isopérimètres dont la reine Didon avait entrevu la solution dès l'Antiquité. Jacques Ier est aussi physicien et, en tant que tel, connaît la réfraction de la lumière qu'il utilise en mathématiques pour étudier le temps de parcours minimum pour aller d'un point à un autre. Il étudie aussi les probabilités et est l'un des pères de la loi dite de Bernoulli.

Pour en savoir plus

– BOURBAKI Nicolas, *Éléments d'histoire des mathématiques* (1960), Masson, 1995.

Leonhard Euler

Né à Bâle (1707-1783), il étudie les mathématiques avec son maître Jean Bernoulli, ami de son père, avant de rejoindre les fils Bernoulli à l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg. Bien qu'aveugle les dix-sept dernières années de sa vie, il produit pendant cette période la majeure partie de son œuvre colossale. Cette dernière, écrite pour l'essentiel en latin, fait progresser le calcul intégral et différentiel.

Sa découverte de la formule $e^{i\pi} = -1$ met en évidence les liens entre les fonctions trigonométriques et les fonctions exponentielles.

Il démontre la formule $F - S + C = 2$ valable pour un polyèdre convexe ou pour un graphe.

Il est également connu pour le problème des sept ponts de Königsberg.

Pour en savoir plus

– LEHNING Hervé (dir.), « Leonhard Euler : un génie des Lumières. L'art de cacher », *Bibliothèque Tangente*, hors série n° 29, Pôle, 2007.

Augustin Louis Cauchy

Mathématicien français né à Paris (1789-1857), son génie est reconnu dès son plus jeune âge. En 1801, Lagrange dit de lui « Voyez ce petit homme, eh bien ! Il nous remplacera tous tant que nous sommes des géomètres ». À 16 ans, il est reçu deuxième à l'École polytechnique, et il intègre l'Académie des sciences en 1816. Après Euler, c'est l'un des mathématiciens les plus prolixes. Il travaille sur la convergence des séries, les fonctions analytiques, les probabilités, les intégrales définies, les équations différentielles. Il crée la théorie des fonctions d'une variable complexe, qui va jouer un grand rôle dans l'évolution des mathématiques. On lui doit également des travaux sur la mécanique des milieux élastiques, sur la propagation de la lumière, sur l'astronomie mathématique. Il publie près de cinq cents mémoires.
Catholique fervent, fondateur de nombreuses œuvres chrétiennes, royaliste légitimiste, il s'exile lors de l'arrivée au pouvoir de Louis-Philippe.
Nul n'est parfait : le baron Cauchy reçoit les travaux d'Évariste Galois, n'y comprend rien et les « perd ». Son nom est inscrit sur la tour Eiffel, et une rue du XVe arrondissement de Paris porte son nom.

Pour en savoir plus

– Cauchy Augustin, *Œuvres complètes*, 1882-1974, Gauthier-Villars et fils, 1882-1974 (28 vol.). Également disponibles à cette adresse : http://gallica.bnf.fr/Catalogue/noticesInd/FRBNF30207318.htm.
– Bourbaki Nicolas, *Éléments d'histoire des mathématiques* (1960), Masson, 1995.
– Dieudonné Jean (dir.), *Abrégé d'histoire des mathématiques : 1700-1900* (1978), Hermann, 1986.

Nikolaï Ivanovitch Lobatchevski

Enfant prodige (1792-1856), il est admis à l'université de Kazan à 14 ans. Il ne la quittera plus et en deviendra le recteur.
Il est le premier à construire une géométrie cohérente, refusant le cinquième postulat d'Euclide. Dans cette géométrie dite non euclidienne, il fait passer par un point extérieur à une droite plusieurs droites qui lui sont parallèles. Au sein de cette géométrie, la somme des angles d'un triangle est inférieure à 180°. En 1854, Riemann construit aussi une géométrie cohérente où, par un point extérieur à une droite, il ne passe aucune droite parallèle à cette droite.
Les œuvres majeures de Lobatchevski sont :
– *Nouveaux principes* (1836) ;
– *Géométrie imaginaire* (1837) ;
– *Précis de géométrie fondée sur une théorie générale et rigoureuse des parallèles* (1840).

Pour en savoir plus

– BOURGUIGNON Jean-Pierre, « Les géométries non euclidiennes deux cents ans après la naissance de Lobatchevski », *Bulletin de l'association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public* (*APMEP*), n° 389, 1993, pp. 281-305.

Évariste Galois

Il naît en 1811 et meurt en 1832. Dès l'âge de 15 ans, il est extrêmement attiré par les mathématiques. Il reçoit le premier prix au concours général de mathématiques. Il rédige un mémoire sur la théorie des équations, l'envoie à l'Académie des sciences où Cauchy le « perd ».
Une série noire commence pour Évariste Galois. Son père, maire de Bourg-la-Reine, se suicide en 1829 à la suite d'une cabale menée par le curé. Évariste rate deux fois le concours d'entrée à l'École polytechnique, le candidat étant plus fort que son examinateur. Il entre à l'École normale supérieure et s'engage du côté républicain. Il est jeté plusieurs fois en prison. Il est provoqué en duel (histoire d'amour ou complot ?) et meurt dans ce duel à l'âge de vingt ans.
Des années plus tard, Liouville enverra à l'Académie des sciences le testament mathématique écrit par Galois à la veille de sa mort : son texte est parsemé de « je n'ai pas le temps » et ses explications sont vraiment très sommaires, ce qui en rend la lecture très difficile. C'est une étude de la résolution des équations algébriques à partir des groupes de permutations de leurs racines.

Pour en savoir plus

– INFELD Leopold, *Le Roman d'Évariste Galois*, éditions de la Farandole, 1978.
– VERDIER Norbert, « Évariste Galois : le mathématicien maudit », *Les Génies de la Science*, n° 14, Pour la science, février 2003.

Georg Cantor

Mathématicien allemand né à Saint-Pétersbourg (1845-1918), il est le créateur génial de la théorie des ensembles. Il a étudié le concept des infinis, qu'il a voulu hiérarchiser. Les mathématiciens de son époque n'ont pas compris ses théories et lui ont parfois manifesté de l'hostilité. Plus tard, il a été reconnu comme un génie, Hilbert affirmant : « Nul ne doit nous exclure du paradis que Cantor a créé. »
Il accepte un poste non prestigieux à l'université de Halle qui lui permet de nourrir ses six enfants. Déstabilisé lui-même par ses découvertes, il est admis dans un « hospice de fous » à Halle où il meurt misérablement.

Pour en savoir plus

– GUEDJ Denis, *Villa des hommes : roman*, Robert Laffont, 2007.

Henri Poincaré

Cousin du président Raymond Poincaré, Henri (1854-1912) est le dernier grand savant universel, capable de connaître toutes les mathématiques de son époque. Il entre major à l'École polytechnique, devient ingénieur de l'École des mines, enseigne à Caen puis à la Sorbonne.
Il est le premier à constater le comportement chaotique de certaines fonctions et propose une visualisation de ce phénomène.
Il énonce les propriétés de Poincaré-Lorentz, qui sont des prémices à la théorie de la relativité restreinte d'Einstein.
Il publie :
– *Les Méthodes nouvelles de la mécanique céleste* (de 1892 à 1899) ;
– *La Science et l'Hypothèse* (1902) ;
– *La Valeur de la science* (1905) ;
– *Sciences et Méthodes* (1908).

Pour en savoir plus

– BOTTAZZINI Umberto, ROLLET Laurent, « Poincaré : philosophe et mathématicien », *Les Génies de la Science*, n° 4, Pour la science, novembre 2000.

David Hilbert

Né à Königsberg (1862-1943), il étudie à l'université de cette ville. Il est considéré comme l'un des plus grands mathématiciens du XXe siècle. Il est très lié à Minkowski. En 1895, il est nommé à l'université de Göttingen qu'il ne quittera plus jusqu'en 1943, année de son décès. On retient de lui :
– la liste des vingt-trois problèmes (dont trois ne sont pas résolus à ce jour), qu'il présentera en 1900 au congrès international de Paris ;
– la théorie des invariants ;
– l'axiomatisation de la géométrie euclidienne (*Grundlagen der Geometrie*) ;
– la création des espaces portant son nom ;
– sa contribution aux bases mathématiques de la relativité générale.
En 1920, il propose le programme dit de Hilbert, qui joue un rôle fondamental dans le formalisme de la mécanique quantique. Il adopte les idées de Cantor en théorie des ensembles et des nombres transfinis.

Pour en savoir plus

– www.bibmath.net/dico/index.php3?action=affiche&quoi=./h/hilbertpbs.html : les vingt-trois problèmes de Hilbert.

Benoît Mandelbrot

Initié très tôt aux mathématiques par ses deux oncles, Mandelbrot (né en 1924) doit s'exiler de Pologne en France pour fuir la menace hitlérienne en raison des ses origines juives. Reçu à l'École polytechnique en 1944, il suit les cours de Paul Lévy et publie la « loi de Mandelbrot ». Il quitte la France pour travailler chez IBM aux États-Unis.

Il travaille sur les « objets étranges » comme la courbe de Von Koch (ou flocon de neige) qui est considérée comme un monstre mathématique, ainsi que sur l'éponge de Sierpinski. Il publie un livre, *Les Objets fractals : forme, hasard et dimension*, en 1975, qui a un succès immédiat.

Une fractale est un objet qui possède une autosimilarité, comme par exemple le flocon de neige ou les côtes de la Bretagne. C'est la théorie des fractales qui est utilisée pour comprendre les fluctuations du cours de la Bourse.

Mandelbrot a donné son nom à une famille de fractales (les « Mandelbrots »), fabriquées dans le plan complexe par itérations successives du type $z \to z^2 + c$.

Il a montré qu'un grand nombre d'objets dans la nature est bien décrit par des fractales. Ces dernières se retrouvent également dans la théorie du chaos.

Pour en savoir plus

- MANDELBROT Benoît, *Les Objets fractals : forme, hasard et dimension* (1975), Flammarion, coll. « Champs », 1995.
- MANDELBROT Benoît, *The Fractal Geometry of Nature*, W.H. Freeman, 1986.
- MANDELBROT Benoît, HUDSON Richard L., *Une approche fractale des marchés : risquer, perdre et gagner*, Odile Jacob, 2005.

Adrien Douady

Normalien, membre de l'association Bourbaki, Adrien Douady (1935-2006) est à la fois un « problemkiller » et un semeur d'idées. Bon vivant, il sait vulgariser les mathématiques. La *Dynamique du lapin*, film réalisé avec François Tisseyre, en est un exemple. Adrien Douady et sa femme Régine ont écrit *Algèbre et Théories galoisiennes*. *Un monde fractal* est une exposition qui a fait le tour du monde. Il est mort accidentellement de noyade à Saint-Raphaël.

Pour en savoir plus

- www.academie-sciences.fr/membres/d/douady_adrien.htm : Adrien Douady sur le site de l'Académie des sciences.

RESSOURCES

Encyclopédies

– WEISSTEIN Eric W, *CRC Concise Encyclopedia of Mathematics*, Chapman & Hall, CRC, 2003.

Histoire des mathématiques

– COLLETTE Jean-Paul, *Histoire des mathématiques*, éditions du Renouveau pédagogique, Vuibert, 1973-1979 (deux volumes).
– DAHAN-DALMÉDICO Amy, PEIFFER Jeanne, *Une histoire des mathématiques : routes et dédales*, éditions du Seuil, coll. « Points. Seuil », 1995.
– DHOMBRES Jean (éd. scientifique), *Mathématiques au fil des âges*, Gauthier-Villars, 1987.

Revues

– La revue *Tangente* propose, tous les deux mois, des articles présentant des notions mathématiques de façon originale. Elle organise aussi des débats à l'espace Tangente (80, bd Saint-Michel – 75006 Paris).
– *Science & Vie junior* pour suivre l'actualité scientifique et technique à travers des brèves, des reportages, des dossiers illustrés, des bandes dessinées…
– Rubrique « Formes mathématiques » de *Découverte*, la revue du Palais de la découverte (existe aussi à cette adresse : www.palais-decouverte.fr/index.php?id=46) : une photo, des questions puis une ou plusieurs pages pour y répondre.
– *Bulletin de l'APMEP* (ou *Bulletin vert*), couvre notamment l'actualité de l'enseignement des mathématiques (de la maternelle à l'université).

À consulter

– **http://s.webring.com/hub?ring=mathfr&home** : le site de Publimath est une base de données bibliographiques élaborée par l'INRP et l'APMEP et des enseignants de mathématiques au service de tous les autres enseignants.
– **http://mathenjeans.free.fr/amej/accueil.htm** : MATh.en.JEANS est une association dont le slogan est « faire de la recherche mathématique, voilà un moyen de découvrir les mathématiques autrement, de l'intérieur ». Les ateliers MATh.en.JEANS fonctionnent du primaire au 1er cycle de l'université. Ce site donne toutes les informations utiles.
– **www.palais-decouverte.fr** : le site du Palais de la découverte. À la rubrique « Mathématiques », on retrouvera des animations conduites par Pierre Audin.